

Processo matematico per modulazione SSB

A14 Teoria dei modulatori DSB-SSB

In questa appendice è trattato lo sviluppo matematico relativo ai circuiti di modulazione DSB e USB dei quali abbiamo discusso nel paragrafo 4.20 e seguenti.

A14.1 Sviluppi matematici per il circuito di modulazione DSB

La modulazione che genera il segnale DSB, a doppia banda laterale in assenza di portante, è caratterizzata da un dispositivo di moltiplicazione analogica (modulatore bilanciato) che svolge la seguente operazione:

indicate con:

f_o la frequenza del segnale modulante

$\omega_o = 2 * \pi * f_o$ la pulsazione del segnale modulante

Sen ($\omega_o t$) il segnale modulante

f la frequenza della portante

$\omega = 2 * \pi * f$ la pulsazione della portante

Sen (ωt) la portante

DSB il risultato dell'operazione

Si esegue il prodotto algebrico delle due funzioni:

$$\text{DSB} = \text{Sen}(\omega t) * \text{Sen}(\omega_o t)$$

che sviluppato secondo le formule di Werner dà:

$$\text{DSB} = (1 / 2) \text{Cos}[(\omega - \omega_o) t] - (1 / 2) \text{Cos}[(\omega + \omega_o) t]$$

Una funzione composta, nella prima parte della quale si nota: la banda laterale inferiore di pulsazione ($\omega - \omega_o$), ovvero di frequenza ($f - f_o$), e la seconda parte nella quale si nota: la banda laterale superiore di pulsazione ($\omega + \omega_o$) ovvero di frequenza ($f + f_o$), nel risultato dell'operazione non compare, come detto all'inizio, il segnale della portante.

Oltre allo sviluppo matematico è d'interesse il tracciamento dei grafici che consentono di vedere l'andamento delle funzioni sopra menzionate in dipendenza del tempo; questo obiettivo si raggiunge impiegando il semplice programma in Visual Basic che sotto riportiamo:

Programma in Visual Basic 6

```
Private Sub Form_click ()
For x = 0 To 4600 * 2 Step 460
For y = 0 To 3200 * 2 Step 40
PSet (x, y), 7
Next y
Next x
For y = 0 To 6400 Step 320
For x = 0 To 4600 * 2 Step 60
PSet (x, y), 7
Next x
Next y
Line (4600, 0)-(4600, 6400)
```

```

fo = ' Hz
f = ' Hz
w = 6.28 * f
wo = 6.28 * fo
tsm = 1 / fo

```

For t = 0 To tsm Step 0.0000001

```

yp = Sin(w * t) 'portante
PSet (46000 * 200 * t * (fo / 1000), 700 - 600 * yp)
PSet (46000 * 200 * t * (fo / 1000), 700 - 600 * 0)

```

```

ys = Sin(wo * t) 'segnale modulante
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 2600 - 600 * ys)
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 2600 - 600 * 0)

```

```

y = 0.5 * Cos((w - wo) * t) - 0.5 * Cos((w + wo) * t) 'Segnale DSB
PSet (46000 * 200 * t * (fo / 1000), 4800 - 1200 * y)
PSet (46000 * 200 * t * (fo / 1000), 4800 - 1200 * 0)
Next
End Sub

```

L'impiego della routine è immediato, un esempio chiarirà come usarla:

Dati di base:

Sia da tracciare l'andamento dei tre segnali: portante, modulante, segnale DSB, di un modulatore bilanciato che utilizza i seguenti valori di frequenza:

portante: $f = 9000$ Hz

modulante: $f_o = 800$ Hz

Procedimento d'immissione dati:

Prima di avviare il programma di calcolo è necessario inserire i valori di base:

-inseriremo il valore $f_o = 800$ Hz (frequenza della modulante) nella riga del programma indicata in grassetto con:

fo = ' Hz : quindi scriveremo $f_o = 800$ ' Hz

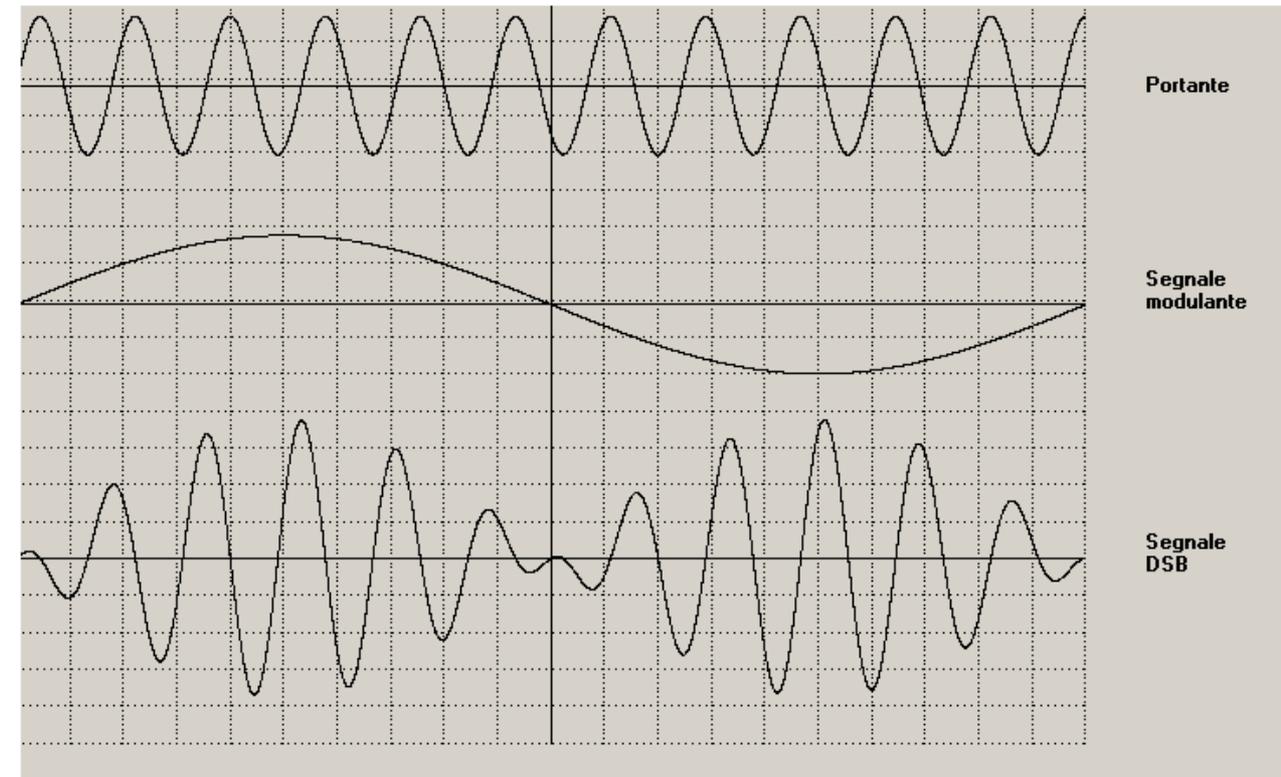
-inseriremo il valore $f = 9000$ Hz (frequenza della portante) nella riga del programma indicata in grassetto con:

f = ' Hz : quindi scriveremo $f = 9000$ ' Hz

Si deve osservare che la routine del programma presenta un grafico le cui ascisse sono tutte commisurate al tempo relativo ad un solo periodo della modulante; ad esempio se la modulante ha $f_o = 1000$ Hz tutte le ascisse saranno dimensionate per un tempo pari a $1/1000 = 0.001$ Sec; se invece la frequenza della modulante è $f_o = 1500$ Hz tutte le ascisse saranno dimensionate per un tempo pari a $1/1500 = 0.000666$ Sec. Ne consegue che, qualsiasi frequenza abbia la modulante, ne verrà tracciato soltanto un periodo, mentre per la portante saranno tracciati tanti periodi quanti ne stanno nel tempo di $1/f_o$.

Esecuzione del calcolo e presentazione dei grafici:

Si clicca nel Form; compariranno immediatamente sullo schermo i grafici calcolati: in alto il grafico della portante a 9000 Hz, a metà il grafico della modulante a 800 Hz ed in basso l'involuppo del segnale DSB così come mostrato nella figura a14.1



A14.2 Sviluppi matematici per il circuito di modulazione SSB

La modulazione che genera il segnale SSB a banda laterale unica, diversificato in LSB o USB, è caratterizzata da una coppia di dispositivi di moltiplicazione analogica (modulatori bilanciati) che, con l'ausilio di circuiti sfasatori a 90° , ed un sommatore svolgono le seguenti operazioni:

Si indicano con:

f_o la frequenza del segnale modulante

$\omega = 2 * \pi * f_o$ la pulsazione del segnale modulante

Sen (ωt) è il segnale modulante

Cos (ωt) è il segnale modulante sfasato di 90° (operazione eseguita dal circuito sfasatore del segnale modulante)

f la frequenza della portante

$\omega = 2 * \pi * f$ la pulsazione della portante

Sen (ωt) la portante

Cos (ωt) è la portante sfasata di 90° (operazione eseguita dal circuito sfasatore della portante)

Con queste variabili si costruiscono le relazioni matematiche che governano il comportamento dei due modulatori bilanciati per la realizzazione del segnale SSB (versione USB); per ciascuno dei

quali si devono impostare, inizialmente, le espressioni per il calcolo dei relativi segnali DSB, indicati, per distinguerli, come DSB₁ e DSB₂ vediamole:

Per DSB₁ abbiamo il prodotto tra il segnale a fase 0°, Sen (ω t), e la portante a fase 90°, Cos (ω t):

$$\mathbf{DSB_1 = Sen (\omega t) * Cos (\omega t)}$$

che sviluppato secondo le formule di Werner dà:

$$\mathbf{DSB_1 = (1 / 2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1 / 2) Sen [(\omega + \omega) t]}$$

Per DSB₂ abbiamo il prodotto tra il segnale a fase 90°, Cos (ω t), e la portante a fase 0°, Sen (ω t):

$$\mathbf{DSB_2 = Cos (\omega t) * Sen (\omega t)}$$

che sviluppato secondo le formule di Werner dà:

$$\mathbf{DSB_2 = (1 / 2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1 / 2) Sen [(\omega + \omega) t]}$$

Eseguiamo ora la somma tra l'espressione di DSB₁ e DSB₂, per determinare l'espressione dell'onda SSB (versione USB): questa operazione è eseguita dal circuito sommatore al quale confluiscono le due uscite dei segnali DSB (si veda capitolo 4.20.2), abbiamo:

$$\mathbf{USB = DSB_1 + DSB_2 =}$$

$$\mathbf{=(1/2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t]}$$

raggruppando gli addendi con gli argomenti in differenza e quelli con gli argomenti in somma si ha

$$\mathbf{= (1/2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t]}$$

ricordando che Sen (-x) = - Sen (x) si può scrivere:

$$\mathbf{= (1/2) Sen [(\omega - \omega) t] - (1/2) Sen [(\omega - \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t]}$$

con tale passaggio si possono elidere i primi due addendi con argomento differenza (ω - ω) ottenendo infine:

$$\mathbf{USB = DSB_1 + DSB_2 = (1/2) Sen [(\omega + \omega) t] + (1/2) Sen [(\omega + \omega) t] = Sen [(\omega + \omega) t]}$$

una funzione semplice nella quale si evidenzia soltanto la banda laterale superiore di pulsazione (ω + ω), ovvero di frequenza (f + fo).

Oltre allo sviluppo matematico è d'interesse il tracciamento dei grafici che consentono di vedere l'andamento delle funzioni in gioco in dipendenza del tempo; questo obiettivo si raggiunge impiegando il programma in Visual Basic, molto simile al precedente, che riportiamo:

Programma in Visual Basic 6

```
Private Sub Form_click ()
For x = 0 To 4600 * 2 Step 460
For y = 0 To 3200 * 2 Step 40
PSet (x, y), 7
Next y
Next x
For y = 0 To 6400 Step 320
For x = 0 To 4600 * 2 Step 60
PSet (x, y), 7
Next x
Next y
Line (4600, 0)-(4600, 6400)
```

```
fo = 'Hz
f = ' Hz
w = 6.28 * f
wo = 6.28 * fo
tsm = 1 / fo
```

```
For t = 0 To tsm Step 0.0000001
```

```
yp = Cos(w * t) 'portante
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 300 - 600 * yp / 2)
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 300 - 600 * 0)
```

```
ys = Sin(wo * t) 'modulante
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 1000 - 600 * ys / 2)
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 1000 - 600 * 0)
```

```
y = Sin(wo * t) * Cos(w * t) 'segnale DSB1
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 2300 - 800 * y)
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 2300 - 800 * 0)
```

```
yi = Cos(wo * t) * Sin(w * t) 'segnale DSB2
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 4300 - 800 * yi)
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 4300 - 1200 * 0)
```

```
ysomma = y + yi 'segnale USB = DSB1 + DSB2
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 6000 - 800 * ysomma / 2)
PSet (46000 * t * 200 * (fo / 1000), 6000 - 800 * 0 / 2)
Next
End Sub
```

L'impiego della routine è uguale al precedente (paragrafo 14.1):

Dati di base:

Sia da tracciare l'andamento di 5 segnali: portante, modulante, segnale DSB₁, segnale DSB₂, segnale USB, di un doppio modulatore bilanciato che utilizza i seguenti valori di frequenza:

portante: $f_0 = 2000$ Hz
modulante: $f = 40000$ Hz

Procedimento d'immissione dati:

Prima di avviare il programma di calcolo è necessario inserire i valori di base:

-inseriremo il valore $f_0 = 2000$ Hz nella riga del programma indicata in grassetto con:

$f_0 =$ ' Hz : quindi scriveremo $f_0 = 2000$ ' Hz

-inseriremo il valore $f = 40000$ Hz nella riga del programma indicata in grassetto con:

$f =$ ' Hz : quindi scriveremo $f = 40000$ ' Hz

Si deve osservare che la routine del programma presenta un grafico le cui ascisse sono tutte commisurate al tempo relativo ad un solo periodo della modulante; ad esempio se la modulante ha $f_0 = 1000$ Hz tutte le ascisse saranno dimensionate per un tempo pari a $1/1000 = 0.001$ Sec; se invece la frequenza della modulante è $f_0 = 1500$ Hz tutte le ascisse saranno dimensionate per un tempo pari a $1/1500 = 0.000666$ Sec. Ne consegue che, qualsiasi frequenza abbia la modulante, ne verrà tracciato soltanto un periodo, mentre per la portante saranno tracciati tanti periodi quanti ne stanno nel tempo di $1/f_0$.

Esecuzione del calcolo e presentazione dei grafici:

Si clicca nel Form; compariranno immediatamente sullo schermo i grafici calcolati nell'ordine, dall'alto in basso, così come mostrato nella figura a14.2:

- portante a 40000 Hz
- modulante a 2000 Hz
- segnale DSB₁
- .segnale DSB₂
- segnale USB

figura a14.2

