246/1960 - Sulla quantità di informazioni ottenibili da un trasduttore ricevente per la determinazione della posizione di una sorgente di energia

M. FEDERICI (*)

Viene esaminato il funzionamento di un sistema ricevente direttivo (antenna di radiogoniometro o cortina di trasduttori acustici) per la determinazione della direzione di una sorgente di energia. Si deduce che il contenuto di informazione captato dal sistema direttivo dipende dal rapporto segnale disturbo, dal rapporto delle dimensioni dell'antenna alla lunghezza d'onda e dalla frequenza o banda di frequenza di ricezione.

1. – Introduzione.

La legge di Hartley Shannon sulla quantità di informazioni che può fornire un canale di trasmissione presuppone l'esistenza di un dispositivo trasmittente che emette e di un dispositivo ricevente che riceve i segnali di un determinato codice.

I sistemi direttivi di ricezione di energia raggiante si propongono tutt'altro scopo.

Essi sono costituiti da un'antenna nel caso dell'energia elettromagnetica o da un trasduttore nel caso di energia acustica, avente proprietà direttive speciali, orientabile a volontà dell'operatore nelle diverse direzioni dello spazio. All'uscita del sistema di captazione di energia è disposto un ricevitore che amplifica il segnale e che è seguito da un sistema di presentazione del segnale ricevuto.

L'operatore esamina la presentazione e determina la presenza del segnale e le sue coordinate spaziali in base all'orientamento del sistema direttivo.

Normalmente vengono determinati solo l'azimut e il sito della sorgente. Un dispositivo di questo genere fornisce informazioni sulla posizione della sorgente e può quindi essere considerato un canale di trasmissione di informazione dalla sorgente all'antenna per quanto l'informazione venga trasmessa dalla sorgente involontariamente.

In questa relazione ci proponiamo di esaminare la quantità di informazione ottenibile da un sistema direttivo di caratteristiche note.

Se si ammette che il sistema ricevente sia in grado di determinare l'azimut e il sito, la quantità di informazione che esso è in grado di captare è

$$I = \log_2 N\beta + \log_2 N\gamma \tag{1}$$

dove $N\beta$ è il numero di posizioni angolari in azimut, $N\gamma$ in sito fra le quali il sistema ricevente è in grado di distinguere.

In una precedente relazione abbiamo indicato qual'è la precisione di rilevamento angolare di un sistema direttivo di ricezione [1].

In tale relazione si considerava il caso di un sistema direttivo lineare lungo 2 d nel quale per ottenere la massima precisione di rilevamento si divideva il sistema in due basi, una di destra ed una di sinistra e si sottraevano le tensioni d'uscita delle due basi in modo da ottenere uno zero per la direzione della sorgente.

Variando la direzione dell'antenna varia la fase relativa dalle due tensioni e quindi l'ampiezza della differenza delle due tensioni.

Al segnale di valore efficace V_s dovuto ad ogni semibase è sovrapposto un rumore caotico avente valore efficace V_n. Si ammette che si possa distinguere fra due direzioni di puntamento quando la somma del segnale e del rumore nelle due direzioni differisce di 3 dB.

Allora la differenza di fase elettrica $\Delta\varphi$ fra le due tensioni corrispondenti alle due direzioni distinte sarà, per piccoli valori di $\Delta\varphi$ per i quali si può confondere il seno con l'angolo:

$$\Delta\varphi = \pm \frac{V_n}{V_s} \text{ rad.} \tag{2}$$

A tale differenza di fase elettrica corrisponde una distanza angolare $\Delta\beta$ fra le due direzioni ad es. in azimut:

$$\Delta\beta = \pm \frac{V_n}{V_s} \frac{\lambda}{2\pi d} \text{ rad.}$$

sempre confondendo il seno con l'angolo.

Il numero delle posizioni indipendenti diventa quindi per tutto l'orizzonte:

$$N\beta = \frac{2\pi}{2\Delta\beta} = \frac{V_s}{V_n} \frac{2\pi^2 d}{\lambda} \tag{4}$$

Il trasduttore ricevente ha una lunghezza nel piano orizzontale eguale a 2 d. Assumiamo che la lunghezza nel piano verticale, sia la stessa, cioè che esso sia un quadrato di lato 2 d e di dimensioni grandi rispetto alla lunghezza d'onda, come sempre avviene per un sistema direttivo. Possiamo allora determinare il rapporto V_s/V_n in funzione del campo sonoro esistente sul trasduttore dovuto al segnale e al rumore.

Sia p_s la pressione sonora proveniente dalla sorgente di rumore e p_n la pressione sonora di rumore proveniente da tutte le direzioni dello spazio. La potenza sonora captata dal trasduttore e dovuta alla sorgente sarà:

$$W_s = \frac{p_s^2}{\varrho_c} A$$

dove A è la superficie equivalente del trasduttore nella direzione di massima sensibilità e ϱ_c la resistenza acu-

---

(*) Prof. Ing. Maurizio Federici, Docente di Comunicazioni elettriche.

[1] M. Federici: *La precisione di misura della direzione di una sorgente sonora con sistemi riceventi direttivi.* « La Ricerca Scientifica », anno 29, n. 11, novembre 1959.

stica del mezzo, mentre la potenza sonora dovuta al rumore sarà l'integrale del prodotto di p_n^2/ϱ_c per la superficie equivalente in tutte le direzioni dello spazio esteso a 4π e quindi:

$$W_n = \frac{p_n^2}{\varrho_c} \frac{\lambda^2}{4\pi} \tag{6}$$

Il rapporto fra le due potenze sarà:

$$\frac{W_s}{W_n} = \frac{P_s^2}{p_n^2} \frac{4\pi A}{\lambda^2} \tag{7}$$

Facciamo il caso in cui la pressione sonora dovuta al segnale e quella dovuta al rumore abbiano la stessa frequenza f_0 e che esse vengano amplificate e rivelate identicamente. Allora il rapporto fra la potenza di segnale e quella di rumore alla uscita sarà:

$$\frac{W_s}{W_n} = \frac{p_s^2}{p_n^2} \frac{8\pi d^2}{\lambda^2} \tag{8}$$

e

$$\frac{W_s}{V_n} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{p_s}{p_n} \cdot \frac{2\pi d}{\lambda}} \tag{9}$$

dato che la superficie di ogni metà del trasduttore è $2d^2$ che coincide sensibilmente con quella equivalente per la direzione di massimo. Quindi il numero delle posizioni indipendenti nell'orizzonte diventa:

$$N\beta = \sqrt{2\pi} \cdot \frac{p_s}{p_n} \cdot \frac{4\pi^2 d^2}{\lambda^2} \tag{10}$$

Questo è il numero di direzioni fra le quali l'operatore può discriminare in un giro l'orizzonte.

Se indichiamo con t_0 il tempo impiegato per esplorare l'orizzonte rotando il sistema direttivo, la quantità di direzioni discrete esplorate nell'unità di tempo è:

$$N'\beta = \frac{N\beta}{t_0}$$

Peraltro il tempo di esplorazione dell'orizzonte non può essere fatto crescere arbitrariamente, ma ha un limite che dipende dalla natura del segnale ricevuto. Nel caso esposto precedentemente di segnale a frequenza f_0, il segnale stesso va rivelato prima di essere osservato da parte dell'operatore che ne esamina il valore efficace e la costante di tempo di rivelazione non può essere ridotta al disotto di un certo valore. In ogni modo quando il sistema direttivo ruota e passa sulla direzione della sorgente, il tempo durante il quale la sorgente viene esplorata deve essere almeno eguale al periodo della frequenza ricevente.

Può essere considerato come settore utile per la rivelazione quello nel quale il segnale varia al massimo di 3 dB. Il segnale è ottenuto dalla somma delle tensioni delle due semibasi, e sarà massimo per fasi eguali, e 3 dB sotto quando le due semitensioni differiscono di 90^0. Questo avviene per una rotazione angolare della base β_1 tale che, confondendo il seno con l'angolo per piccoli valori di β:

$$\frac{2\pi d}{\lambda} \beta_1 = \frac{\pi}{2} \tag{12}$$

e quindi

$$\beta_1 = \frac{\lambda}{4d} \tag{13}$$

Il settore β_1 può venire descritto in un tempo minimo τ_0 essendo τ_0 il periodo della frequenza ricevuta. Quindi il tempo t_0 sarà al minimo:

$$t_0 = \frac{8\pi d \tau_0}{\lambda} \tag{14}$$

La quantità di posizioni discrete esplorate in un secondo è:

$$N'\beta = \frac{N\beta}{t_0} \tag{15}$$

$$\frac{N\beta}{t_0} = \frac{p_s}{p_n} \frac{4\pi^2 d^2}{\lambda^2} \sqrt{2\pi} \frac{\lambda}{8\pi d \tau_0} \tag{16}$$

e la quantità di informazione al secondo è:

$$I = \log_2 \cdot \frac{N\beta}{t_0} = \log_2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{p_s}{p_n} \cdot \frac{\pi d}{\lambda} \cdot f_0} \tag{17}$$

Oltre ai fattori rapporto segnale-disturbo e alla frequenza che sono proprietà del campo sonoro di segnale e disturbo nel quale è immerso il sistema direttivo, la quantità di informazione captata dipende dal fattore $\frac{2\pi d}{\lambda}$. Questo esprime l'attitudine del sistema a estrarre informazione dal campo sonoro in presenza del disturbo.

Tale relazione è esatta nel caso di segnale e disturbo alla stessa frequenza o almeno non sottoposti a discriminazioni nel processo di rivelazione.

In genere peraltro il rumore ha carattere caotico, occupa cioè una banda di frequenza nella quale è uniformemente distribuito con intensità spettrale uniforme. Indicando con p_n' la pressione sonora di rumore misurata in una banda di un periodo, la pressione sonora totale dovuta al rumore sarà $p_n' \sqrt{\Delta f}$ se Δf è la banda del sistema ricevente.

Se la banda di ricezione è Δf la rapidità di esplorazione deve essere tale che il segnale che dura t_0 possa giungere al suo valore massimo passando attraverso un filtro di banda Δf e quindi si deve avere per τ_0, al minimo:

$$\tau_0 = \frac{2}{\Delta f} \tag{18}$$

Sostituendo i valori di t_0 e di p_n' nella espressione precedente si trova nel caso di ricezione con banda di ricezione Δf

$$I = \log_2 \frac{N\beta}{t_0} = \log_2 \sqrt{\frac{\pi}{8} \cdot \frac{p_s}{p_n} \cdot \frac{\pi d}{\lambda}} \cdot \sqrt{\Delta f} \tag{19}$$

Si ha quindi la conclusione, relativamente inaspettata, che la quantità di informazione che il sistema è in grado di captare cresce con la radice della banda di frequenza, purchè la banda Δf sia piccola rispetto ad f_0.

Per valori di banda crescente la quantità di informazione cresce fino a raggiungere un massimo quando $\Delta f = f_0$. Questa apparente discrepanza dalla legge fondamentale della quantità di informazione trasmessa in un canale è dovuta al fatto che qui la informazione viene ottenuta sempre in ogni direzione con livelli di segnale eguali al livello di rumore. La formula (19) è valida anche nel caso in cui la potenza del segnale sia distribuita in una banda di rumore, purchè la rivelazione venga fatta non più con un rivelatore quadratico ma con un sistema a correlazione incrociata che riduce il rumore alla banda Δf conservando la potenza del segnale.

Le conclusioni suddette possono essere estese ad una determinazione della posizione della sorgente in sito invece che in azimut. Se il sistema direttivo si muove in sito si ha, analogamente, indicando con γ l'angolo di sito:

$$\log N_\gamma = \log_2 \sqrt{\frac{\pi}{8} \cdot \frac{p_s}{p_n'} \cdot \frac{\pi d}{\lambda}} \cdot \sqrt{\Delta f} \qquad (20)$$

Le due quantità di informazioni non si sommano perchè la esplorazione in sito e in direzione è ovviamente successiva, ma è possibile distribuire la capacità del canale fra la determinazione della direzione e quella del sito.

Nelle considerazioni suddette si è supposto che il sistema direttivo si muova. Invece di far muovere il sistema direttivo è possibile usare dei sistemi di rifasamento in modo da ottenere una caratteristica artificiale. La capacità di un sistema di rifasamento coincide allora con quella indicata dalla formula (19) e (20) e moltiplicando il numero dei sistemi di rifasamento è possibile moltiplicare la capacità di informazione dell'antenna in proporzione.