

## CAPITOLO 9

### APPLICAZIONI DEI METODI DI CORRELAZIONE

#### 9.1 INTRODUZIONE

Le applicazioni dei metodi di correlazione nel campo delle Scienze applicate e dell'Ingegneria possono rendersi necessarie nell'ambito delle più diverse situazioni che coinvolgono i tecnici durante lo svolgimento della loro attività professionale.

Illustreremo in questo capitolo numerosi esempi di applicazione dei metodi di correlazione in cui il correlatore svolge sia il ruolo di strumento di indagine che il ruolo di Hardware dedicato, da inserire in permanenza in alcune apparecchiature che richiedono il monitoraggio continuo di certi parametri.

La rassegna degli esempi che mostreremo rappresenterà soltanto una guida, un motivo di ispirazione, per altre, diverse, più elaborate applicazioni che le necessità contingenti suggeriranno al tecnico che ha assimilato questi importanti e nuovi metodi d'indagine.

#### 9.2 INDIVIDUAZIONE DI UNA VIBRAZIONE ANOMALA

Si supponga che in un locale macchine un motore diesel principale faccia ruotare, mediante accoppiamenti meccanici, 7 alternatori per usi diversi.

Si supponga inoltre che nel locale adiacente, dove si svolgono attività particolari che richiedono la massima quiete, si percepisca una fastidiosa vibrazione dovuta ad uno degli alternatori che per caso ha un difetto di costruzione (supponiamo che sia l'alternatore n.3).

Determinare ad orecchio la sorgente del disturbo è praticamente impossibile dato che i 7 alternatori ruotano in contemporanea e non possono essere fermati indipendentemente.

In questo caso può venire in aiuto un'indagine da eseguire con un correlatore equipaggiato con due sensori acustici in grado di trasformare le vibrazioni meccaniche raccolte in corrispondenti grandezze elettriche; vediamo nella figura 9.1 la situazione fisica così come è stata descritta in precedenza.

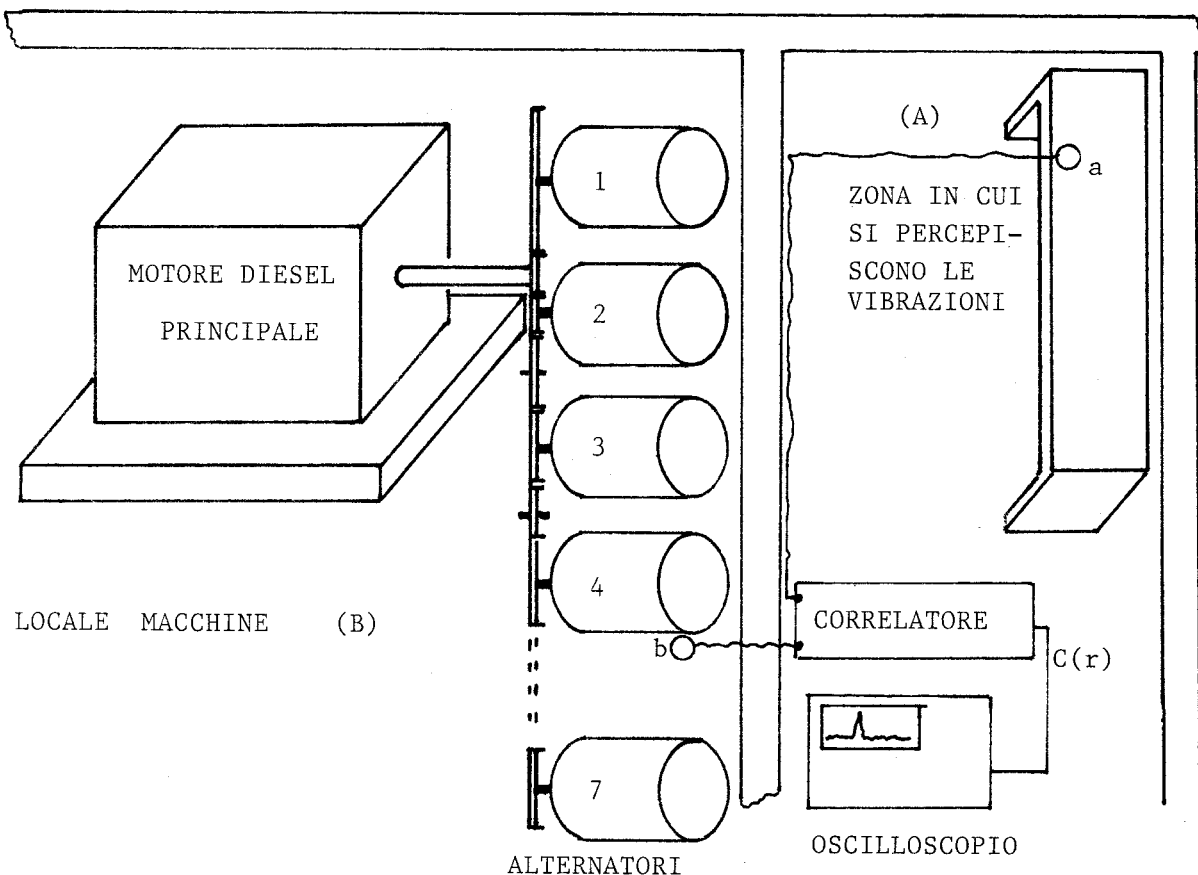


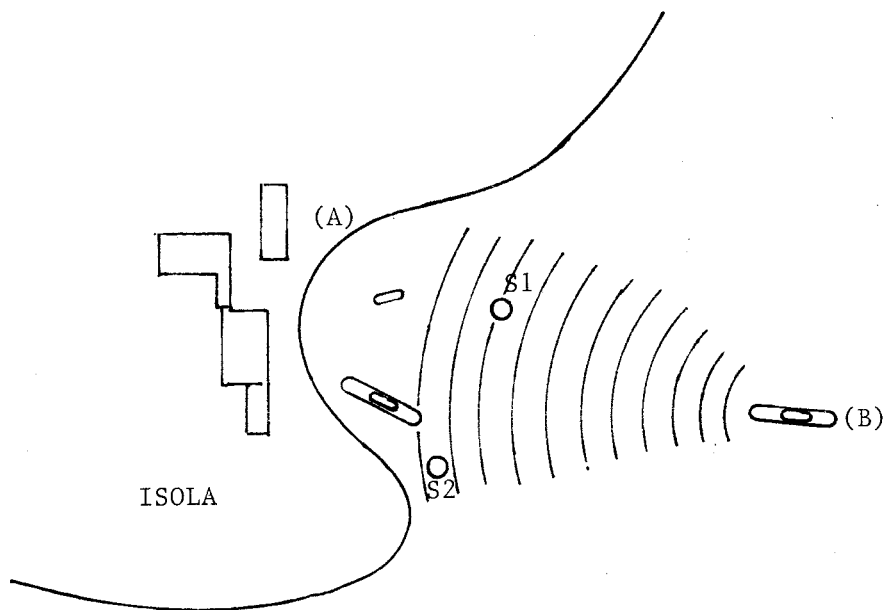
Figura 9.1 Locali di lavoro sotto controllo

La soluzione del problema è semplice: si piazzerà un correlatore nel locale A, si posizionerà la sonda acustica (a) in modo da captare la vibrazione indotta nella parte del locale dove più è manifesto il fenomeno, si dovrà posizionare la sonda acustica (b) prima sull'alternatore 1 e si misurerà la correlazione tra (a) e (b), per diversi passi di  $r$ , si pro-

cederà nello stesso modo per gli alternatori 2,3,4,5,6,7; è chiaro che soltanto la  $C(r)$  misurata tra l'alternatore (3), difettoso, e la sonda (a) rivelerà il picco di correlazione più elevato per il valore di  $r$  pari al tempo di percorrenza della vibrazione tra l'alternatore 3 e la sonda (a); avremo in questo modo individuato con semplicità la causa del fenomeno. Infatti esiste una interdipendenza tra la vibrazione raccolta dal sensore (b) sull'alternatore 3 e la vibrazione che, lo stesso alternatore, induce, tramite il pavimento dei locali, nella zona dove è collocata la sonda (a).

### 9.3 DETERMINAZIONE DELLA POSIZIONE ANGOLARE DI UNA SORGENTE DI RUMORE

Si consideri un insediamento portuale in un'isola lontana dal traffico marittimo ordinario; per ragioni di sicurezza si voglia determinare sia la presenza che la posizione angolare, rispetto a certi riferimenti, di eventuali mezzi subacquei che potrebbero recare danno all'insediamento stesso. L'esempio richiede l'aiuto della figura 9.2 nella quale si osservano:



*Figura 9.2 Topografia dell'insediamento portuale*

In (A) l'insediamento portuale

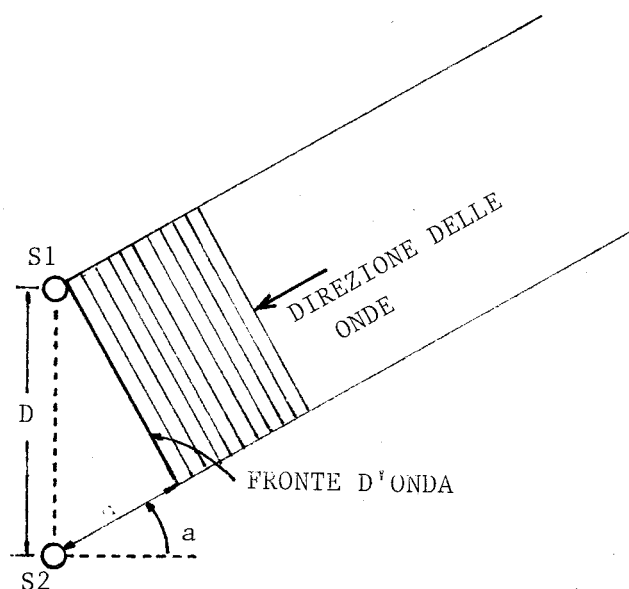
In (S1) ed in (S2) due sensori subacquei

In (B) un mezzo subacqueo che durante la navigazione emette rumore.

Il rumore emesso dal mobile (B) si propaga in acqua e viene captato dai sensori (S1);(S2) che lo trasformano in corrispondenti tensioni elettriche.

Se applichiamo le tensioni dei due sensori ad un sistema multiplo di correlazione otteniamo lo scopo desiderato così come dimostreremo.

Per comodità di esposizione riportiamo in figura 9.3 gli elementi essenziali di figura 9.2 in modo da poterne studiare la geometria:



*Figura 9.3 Geometria del sistema ricevente*

Nella figura 9.3 non compare il mezzo subacqueo che si suppone a distanza molto più elevata della distanza D che separa S1 da S2; è invece evidenziato il fronte delle onde acustiche che, emesse dalla sorgente B, raggiungono i due sensori acustici.

Il fronte d'onda che perviene ai sensori acustici, secondo la direzione individuata dall'angolo  $a$ , definito rispetto alla perpendicolare al seg-

mento S1-S2, colpisce prima S1 e dopo aver percorso la distanza (d) colpisce S2.

La distanza (d) dipende da  $a$  secondo la relazione

$$d = D \operatorname{Sen} a \quad 9.1)$$

Se si considera che il suono nell'acqua si sposta ad una velocità media di 1530 m/Sec e si assume ad esempio  $D=50\text{m}$ , si può ricavare la legge che governa il tempo di ritardo tra l'impatto del fronte in S1 e l'impatto in S2, si ha infatti

$r^* = d/1530$  che in base alla 9.1 e nell'ipotesi che  $r^*$  sia uguale a 16.3 millisecondi diventa :

$$r^* = \frac{D \operatorname{Sen} a}{1530} = \frac{50 \operatorname{Sen} a}{1530} = 16.3 \text{ millisecondi}$$

9.2)

Vediamo ora come incide il valore di  $r^*$  nel meccanismo per la valutazione della direzione  $a$  del mezzo subacqueo:

Se si suppone ad esempio che le tensioni dei sensori acustici vengano filtrate entrambe nella banda di frequenze compresa tra 1000 e 10000 Hz; si sarà fatta una selezione dello spettro emesso della sorgente che inciderà sul processo di correlazione che ora andremo ad implementare con l'ausilio della figura 9.4

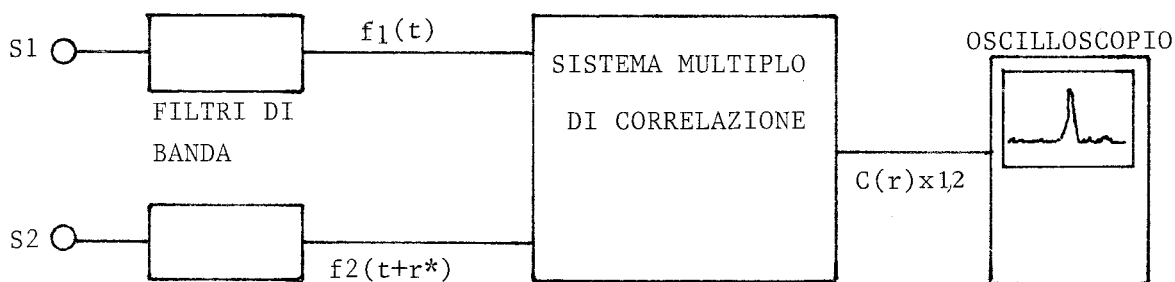


Figura 9.4 Schema di misura della  $C(r) \times 1,2$

Nella figura vediamo come le tensioni dei sensori S1 ed S2 sono applicate ad un sistema di correlazione multiplo (vedi capitolo 6) che elaborerà la  $C(r)_{x1,2}$  secondo la nota espressione:

$$C(r)_{x1,2} = (2/3.14) \text{Arcsen} \left\{ \frac{\text{Sen}[6.28 \text{ DF } (r-r^*)]}{[6.28 \text{ DF } (r-r^*)]} \text{Cos} [6.28 \text{ Fo } (r-r^*)] \right\}$$

Dove

$$\text{DF} = \frac{10000 - 1000}{2} ; \text{Fo} = \frac{10000 + 1000}{2}$$

ed  $r^* = 16.3 \text{ msec.}$

La  $C(r)_{x1,2}$  presentata sullo schermo dell'oscilloscopio evidenzierà naturalmente il massimo in corrispondenza di  $r = r^*$  secondo il grafico riportato in figura 9.5.

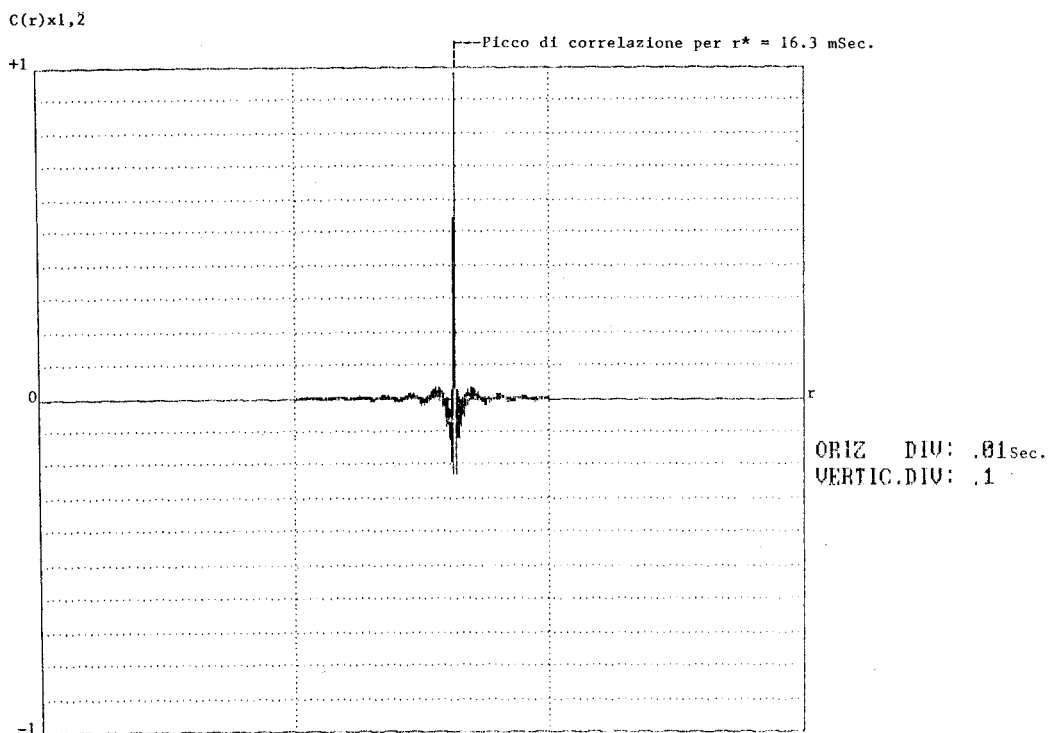


Figura 9.5  $C(r)_{x1,2}$  con il massimo per  $r=r^*$

Questo evento consente intanto di scoprire, come volevamo, la presenza del mezzo subacqueo; ciò perchè i due segnali sono generati dalla stessa sorgente (mezzo subacqueo) e quindi a meno del ritardo  $r^*$  dovuto all'inclinazione della direzione della sorgente stessa, sono completamente interdipendenti. Una volta che il correlatore multiplo ricerca tra gli  $N$  punti di correlazione interna quello per il quale la tensione di  $S1$  è ritardata dallo SHIFT REGISTER di  $r^*$  si ritrova l'interdipendenza originale e si ha il massimo di correlazione.

Se ora si disporrà di un apposito cursore sullo schermo video tale da leggere con precisione il valore di ( $r^* = 16.3$  m sec.) si potrà calcolare immediatamente anche il valore della direzione del semovente in base alla seguente espressione:

$$a = \text{Arcsen} \frac{1530 r^*}{50} \cong 29.9^\circ$$

Se tutto ciò che abbiamo dimostrato in via di esempio deve essere realmente realizzato, implica ovviamente un'apparecchiatura più complessa di quella sperimentale alla quale abbiamo accennato ma il principio di applicazione del metodo di correlazione resta lo stesso.

#### 9.4 LA MISURA DEL RAPPORTO SEGNALE/DISTURBO

Se nella costruzione di una apparecchiatura per il trattamento di segnali si rende necessario il monitoraggio continuo del rapporto segnale/disturbo di due o più canali di elaborazione si può prevedere il posto per alloggiare una o più unità di correlazione digitali quali quelle già descritte nel paragrafo 2.18 da impiegarsi senza le catene di ritardo a SR.

Un'unità di questo tipo ha  $C(r)x$ , per  $r = 0$ , che varia in ampiezza in

dipendenza di Si/Ni secondo la legge:

$$C(0)_x = (\text{Val.}/3.14) \text{ Arcsen} \frac{1}{[1+(\text{Ni}/\text{Si})^2]}$$

sarà pertanto facile congegnare uno o più sistemi di monitoraggio di Si/Ni come mostrato nella figura 9.6.

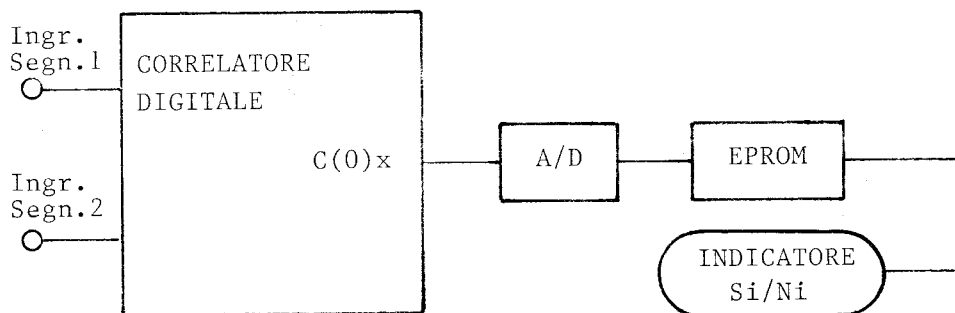


Figura 9.6 Sistema per il monitoraggio di Si/Ni

Nella figura è mostrato il correlatore digitale ed i circuiti ausiliari che ora descriveremo.

L'uscita del correlatore, ottenuta sempre per ( $r = 0$ ), indicata come  $C(0)_x$ , è trasformata mediante un convertitore A/D in modo che a ciascun valore del rapporto Si/Ni degli ingressi, a cui corrisponde un ben determinato valore di  $C(0)_x$ , dal convertitore esca un corrispondente valore binario.

I dati binari del convertitore A/D indirizzano una EPROM opportunamente programmata secondo l'espressione :

$$(\text{Si}/\text{Ni})_{\text{dB}} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\text{Sen} [(3.14/\text{Val.}) C(0)_x]} - 1}}} \quad 9.3)$$



in modo tale che per ciascun valore di  $C(0)_x$ , cioè di  $S_i/N_i$ , l'uscita stessa della EPROM possa comandare direttamente un indicatore numerico digitale che mostra in continuità il rapporto  $S_i/N_i$  di ingresso espresso in dB.

### 9.5 LA MISURA DELLA FASE TRA DUE SEGNALI MONOCROMATICI

Per necessità di misure sporadiche o per misure continue di fase tra segnali circolanti in dispositivi vari si può con profitto utilizzare il correlatore digitale già descritto nel paragrafo 9.4. Questo dispositivo può funzionare egregiamente come un fasometro; vediamo in che modo.

La  $C(r)_x$ , nel caso di segnali unifrequenziali, del tipo  $f_1(t) = \text{Sen} Wt$ ;  $f_2(t) = \text{Sen}(Wt+p)$ , dove  $(p)$  è lo sfasamento tra i due segnali, si può scrivere:

$$\begin{aligned} C(p)_x &= (\text{Val.}/3.14) \text{Arcsen Cos}(p) = \\ &= (\text{Val.}/3.14) \text{Arcsen Sen}[(3.14/2)-(p)] = \\ &= (\text{Val.}/2) [1 - (2/3.14)(p)] \end{aligned}$$

Quest'ultima relazione ci dice che la tensione d'uscita del correlatore  $C(p)_x$  è dipendente linearmente da  $p$ , cioè in base al valore della tensione di  $C(p)_x$  si può dedurre il valore dello sfasamento tra  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$  nell'ambito dei primi  $180^\circ$ .

$$\text{Dato che } 1 - (2/3.14)(p) = 1 - (p/90^\circ)$$

si può tracciare la risposta del correlatore in funzione di  $p$  in gradi:

$$C(p)_x = - (\text{Val.}/180^\circ) p + \text{Val.}/2$$

La  $C(p)_x$  altro non è che l'equazione di una retta in cui  $m = -\text{Val.}/180^\circ$ ;  $n = \text{Val.}/2$  e la variabile indipendente è  $p$ .

E' immediata perciò la determinazione dello sfasamento  $p$  in base alla tensione di alimentazione  $\text{Val.}$  del correlatore secondo l'espressione :

$$p = 90^\circ [1 - (2 C(p)_x / \text{Val.})] \quad 9.4)$$

## 9.6 LA RICERCA DI COMPONENTI COERENTI IN GRUPPI DI AMPLIFICATORI

In diverse applicazioni tecniche capita sovente di dover amplificare n segnali diversi, del tipo  $f(t)$ , per poi impiegarli in successive elaborazioni.

In questo tipo di amplificazione è necessario che ciascun canale non presenti componenti coerenti (legami di interdipendenza) con gli altri canali perchè ciò potrebbe alterare i risultati complessivi dell'elaborazione che deve seguire.

Da ciascun amplificatore il progettista si aspetta ciò che ha predisposto a calcolo; facciamo l'esempio di un gruppo di 4 amplificatori dimensionati per avere le seguenti caratteristiche:

- \* Banda di lavoro 1000 ; 11000 Hz
- \* Guadagno in banda 60 dB +/- 1db
- \* Rumore di ingresso ~ 10 nV/Hz
- \* Rumore d'uscita ~  $(10 \text{ nV/Hz}) \times \sqrt{11000-1000} \times \text{Guadagno}$
- \* Tensione di alimentazione = +36 V stabilizzati

Per l'alimentazione dei 4 amplificatori è previsto uno stabilizzatore che da +40 V non stabilizzati fornisca i +36 V richiesti.

Ora se il progettista, dopo aver costruito con cura i 4 amplificatori, li proverà singolarmente con il loro stabilizzatore troverà:

Banda di lavoro – entro i limiti previsti

Guadagno – entro le tolleranze previste

Risposta in banda – lineare

Rumore d'uscita ~  $(10\text{nV/Hz}) \times \sqrt{11000-1000} \times 1000 = 1 \text{ mV eff.}$

Dai risultati ottenuti tutto apparirà nella norma; i rilievi eseguiti però non dicono se il rumore d'uscita misurato su ciascun amplificatore, al

livello di 1 mV eff, è completamente indipendente (scorrelato) rispetto ai rumori degli altri amplificatori.

Sarebbe facile affermare che ciascun amplificatore, nei riguardi del rumore proprio, non può che essere completamente indipendente dai rumori degli altri, cioè completamente scorrelato.

Questa semplice affermazione però non risponde alla realtà; la ragione è molto sottile ed è la seguente: i 4 amplificatori sono alimentati da un solo stabilizzatore di tensione che fornisce loro i +36 V nell'ipotesi, senz'altro verificabile, che lo stabilizzatore non abbia rippol di uscita. Lo stabilizzatore però, essendo un dispositivo elettronico, ha indiscutibilmente sovrapposta alla tensione continua di +36 V anche una piccolissima quantità di rumore elettronico proprio che, tramite l'alimentazione comune, si presenta contemporaneamente ai 4 amplificatori. Naturalmente gli amplificatori ben progettati hanno elevate reiezioni rispetto alle perturbazioni esistenti sulle linee di alimentazione; ma in fisica tutto è relativo. Una piccola frazione del rumore dello stabilizzatore riuscirà comunque a presentarsi all'uscita degli amplificatori mascherandosi in mezzo al rumore proprio degli stessi.

Ci troveremo pertanto di fronte a questa situazione:

- ciascun amplificatore avrà la gran parte del rumore di uscita di ~ 1 mV eff. che sarà completamente scorrelato dai rumori degli altri amplificatori.
- ciascun amplificatore avrà inoltre una piccola quota di rumore d'uscita interdipendente con gli altri amplificatori.

Ecco quindi arrivato il momento di impiegare i metodi di correlazione per individuare la quota di rumore correlato mascherato dal rumore scorrelato.

Si dovrà cercare la quota di rumore interdipendente considerandola come un "segnale  $f(t)$ " mascherato dal disturbo  $N(t)$  generato dal rumore proprio dei singoli amplificatori. Una indagine di questo tipo presuppone lo schema di misura di figura 9.7.

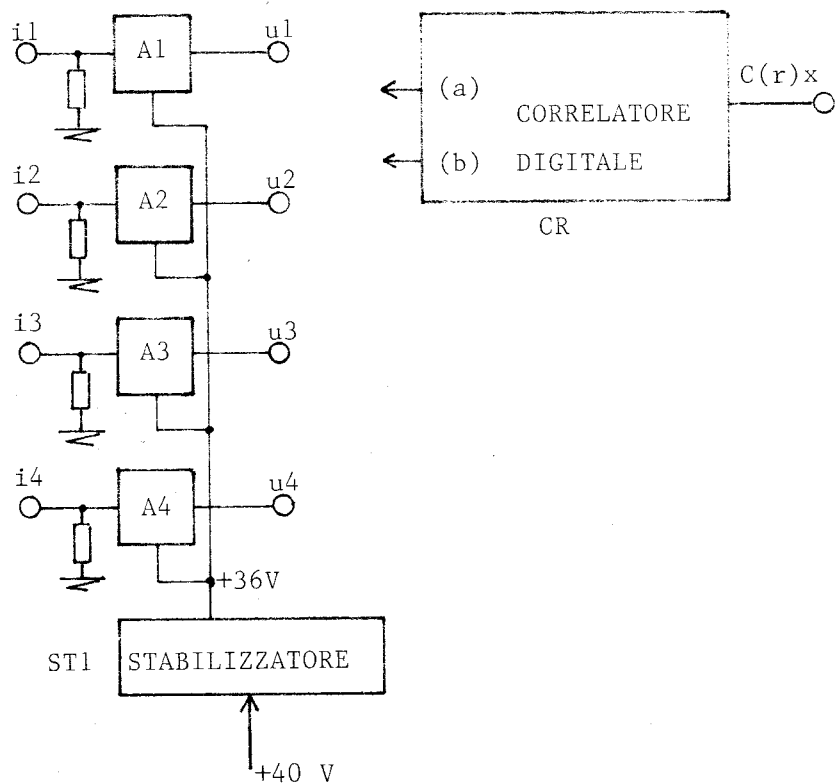


Figura 9.7 Schema di misura componenti di rumore coerente

Nello schema sono mostrati con A1,A2,A3,A4 i 4 amplificatori sotto controllo, ciascun amplificatore è completamente schermato dagli altri.

Con ST1 è indicato lo stabilizzatore in versione definitiva e con CR un correlatore digitale, vedi paragrafo 2.18, senza catena di ritardo a SR (predisposto perciò per  $r = 0$ ).

Gli ingressi (a) e (b) del correlatore dovranno essere disposti, per ciascuna misura, all'uscita di coppie di amplificatori in tutte le possibili combinazioni: A1 con A2 ; A1 con A3; A1 con A4; A2 con A3 ;ecc.

Dato che la  $C(r)x$ , ora  $C(0)x$ , è dipendente dal rapporto  $S_i/N_i$  secondo l'espressione:

$$C(0)x = (\text{Val.}/3.14) \text{ Arcsen} \frac{1}{[1+(\text{Ni}/\text{Si})^2]}$$

in base alle varie misure di  $C(0)x$  eseguite per le combinazioni indicate si potrà stabilire, prova dopo prova, in base al livello raggiunto dalla  $C(0)x$ , quale sarà il rapporto  $\text{Si}/\text{Ni}$  e da esso risalire al valore di  $\text{Si}$  che altro non è che la componente coerente indesiderata.

Soltanto dopo le misure, valutando l'entità della componente coerente, si dovrà giudicare se essa potrà essere accettata dal sistema di elaborazione successivo oppure no. Nel primo caso il progetto potrà restare nei limiti dell'impostazione originale; nel secondo caso si dovrà agire o sulla reiezione delle linee di alimentazione dei singoli amplificatori o decidere di dotare ciascun amplificatore di uno stabilizzatore proprio in modo da eliminare il problema del rumore interdipendente comune.

Un esempio numerico sui dati di progetto sopra esposti servirà a chiarire le idee.

Supponiamo che il valore massimo di  $C(0)x$  del correlatore digitale, per  $\text{Si}/\text{Ni} = \text{infinito}$  e  $\text{Val.}=15\text{V}$ , sia  $+7.5\text{ V}$  supponiamo altresì di scegliere, tra tutti i valori di  $C(0)x$  misurati sugli amplificatori, il valore più elevato e che questo sia:

$$C(0)x = 30 \text{ mV cc.}$$

Dato che il livello di  $\text{Ni}$ , che altro non è che il rumore d'uscita degli amplificatori, è di  $1 \text{ mV eff.}$  applicando la formula della 9.3) per esplicitare  $\text{Si}$  si ha :

$$\text{Si} = \frac{\text{Ni}}{\sqrt{\frac{1}{\text{Sen}[(3.14/\text{Val.}) C(0)x]} - 1}} \quad 9.5)$$

sostituendo nella 9.5) i valori dati si trova :

$$S_i = \frac{1 \text{ mVeff.}}{\sqrt{\frac{1}{\text{Sen}[(3.14/15) 30\text{mVcc}]} - 1}} = 79 \text{ microvolt eff.}$$

cioè la componente coerente parassita è sotto il rumore dell'amplificatore di 22 dB.

Si dovrà pertanto stabilire se questo livello di rumore coerente può essere accettabile ai fini dell'elaborazione che deve essere eseguita sui segnali.

### 9.7 IL FILTRAGGIO DI UN SEGNALE MONOCROMATICO IN MEZZO AL DISTURBO

Per filtrare un segnale monocromatico in mezzo al disturbo è necessario disporre di un filtro di banda tale che consenta il passaggio del segnale stesso attenuando il più possibile il disturbo che lo inquina.

Se il segnale monocromatico è persistente l'ideale sarebbe la realizzazione di un filtro di banda largo pochi Hertz ma la cosa purtroppo non è realizzabile con le tecniche tradizionali.

Se il segnale monocromatico ha il compito di portare come sola informazione il fatto di essere presente o assente, si può realizzare mediante la correlazione l'equivalente di un filtro di banda della larghezza di qualche frazione di Hertz.

Detta  $S(t) = \text{Sen } Wt$  la tensione del segnale e  $N(t)$  la tensione del rumore inquinante, la somma istantanea delle due tensioni sarà:

$$U(t) = S(t) + N(t)$$

applicando alla somma l'integrale che definisce la funzione di autocorrelazione e sviluppando si ha:

$$\begin{aligned}
C(r) &= (1/T_0) \int_0^{T_0} [S(t)+N(t)]x[S(t+r)+N(t+r)] dt = \\
&= (1/T_0) \int_0^{T_0} [ S(t) S(t+r)+S(t) N(t+r)+N(t) S(t+r)+N(t) N(t+r) ]dt = \\
&= (1/T_0) \int_0^{T_0} S(t) S(t+r) dt + & \text{A)} \\
&+ (1/T_0) \int_0^{T_0} S(t) N(t+r) dt + & \text{B)} \\
&+ (1/T_0) \int_0^{T_0} N(t) S(t+r) dt + & \text{C)} \\
&+ (1/T_0) \int_0^{T_0} N(t) N(t+r) dt & \text{D)}
\end{aligned}$$

A questo punto è necessario fare alcune considerazioni sulla somma dei quattro integrali A, B, C, D:

- L'integrale A rappresenta la funzione di autocorrelazione tra il segnale  $S(t)$  e  $S(t+r)$ ; dato che  $S(t)$  è uguale a  $\text{Sen } Wt$  l'integrale sarà:  $C = \text{Cos } Wr$ , e dato che la funzione è periodica presenterà tanti massimi positivi ogni qualvolta  $Wr$  sarà uguale a  $6.28 n$  (per  $n$  intero) . Inoltre la varianza dovuta al segnale sarà tanto più piccola quanto più sarà elevato il tempo di integrazione  $T_0$ , a cui corrispondono piccoli valori della frequenza di taglio  $F_t$  del filtro di integrazione

- L'integrale B rappresenta la funzione di correlazione incrociata tra  $S(t)$  e  $N(t+r)$  che non essendo interdipendenti presenteranno un valore

di correlazione nullo e indipendente da  $r$ ; evidenzieranno invece una varianza che sarà tanto più piccola quanto più sarà elevato il valore del tempo di integrazione  $T_0$ .

- L'integrale C rappresenta la funzione di correlazione incrociata tra  $N(t)$  e  $S(t+r)$  che non essendo interdipendenti presenteranno un valore di correlazione nullo e indipendente da  $r$ ; evidenzieranno invece una varianza che sarà tanto più piccola quanto più sarà elevato il valore del tempo di integrazione  $T_0$ .

- L'integrale D rappresenta la funzione di autocorrelazione tra  $N(t)$  e  $N(t+r)$ ; questa funzione sarà nulla soltanto se il valore di  $r$  sarà tanto elevato da scorrelare completamente  $N(t+r)$  da  $N(t)$ ; la varianza residua invece sarà tanto più piccola quanto più sarà elevato il valore del tempo di integrazione  $T_0$ .

Dopo queste quattro fondamentali considerazioni, possiamo concludere dicendo:

L'informazione della presenza o assenza di  $S(t)$  in mezzo al disturbo si avrà con certezza soltanto se  $r$  e  $T_0$  saranno molto grandi.

Le dimensioni di  $T_0$  definiscono il tempo di integrazione; più sono elevate e più stretta è la banda dell'integratore d'uscita e di conseguenza si riducono i contributi delle varianze dovute alle funzioni di correlazione.

La dimensione di  $r$  deve essere anch'essa elevata, ma tale da riportare la funzione  $\cos Wr$  al valore massimo.

Un esempio numerico renderà concreto quanto detto:

Dati  $S(t) = \text{Sen}(6.28 f t)$  con  $f = 10000 \text{ Hz}$ ;  $N(t)$  compreso nella banda  $9000 ; 12000 \text{ Hz}$ .

Assunto  $T_0 = 1 \text{ Sec.}$  ( $Ft = 0.159 \text{ Hz}$ ), per contenere la varianza entro limiti ragionevoli, si dovrà stabilire un valore di  $r^*$  che annullando l'integrale D) renda massimo l'integrale A). Per annullare l'integrale D) è sufficiente che  $r^*$  sia maggiore del reciproco della frequenza minima in cui è definito  $N(t)$ ; nel nostro caso  $r^* > 1/9000 = 111 \text{ microsecondi}$ .



Per massimizzare l'integrale A)  $r^*$  dovrà essere tale da rendere  $Wr^* = n \cdot 6.28$  con  $n$  intero cioè:  
 $6.28 \times 10000 \times r^* = n \cdot 6.28$  da cui  
 $r^* = n(6.28)(1/6.28 \times 10000) = n/10000$   
dato però che deve essere soddisfatta anche la relazione  $r^* > 111$  microsecondi si avrà  $n/10000 > 111$  microsecondi cioè:  
 $n > 111 \text{ microsec.} \times 10000 = 1.11$   
dato che  $n$  deve essere intero il valore da assumere è  $n = 2$  che soddisfa le due condizioni imposte; il valore di  $r^*$  richiesto sarà pertanto:

$$r^* = \frac{n}{10000} = \frac{2}{10000} = 200 \text{ microsecondi}$$

Con questo esempio abbiamo mostrato quanta capacità operativa abbiano i metodi di correlazione nel filtraggio dei segnali monocromatici; siamo riusciti a filtrare il nostro segnale  $S(t)$  in una banda di soli 0,159 Hz. Dato che il tempo di integrazione è stato scelto in base alla varianza ipoteticamente accettata nulla vieta, se necessario, di aumentarlo ulteriormente riducendo in proporzione la banda di filtraggio.

Naturalmente più è elevato il valore di  $T_0$  più la risposta del correlatore (o del filtro che esso rappresenta) è lenta e di ciò deve esserne tenuto in debito conto quando si debba dimensionare un dispositivo di questo tipo.

## 9.8 LA CORRELAZIONE NEI SISTEMI RICEVENTI DIRETTIVI

La caratteristica di direttività di una sistema ricevente, antenna o base di sensori, indica come varia la sensibilità del sistema stesso con il variare della direzione della sorgente del segnale.

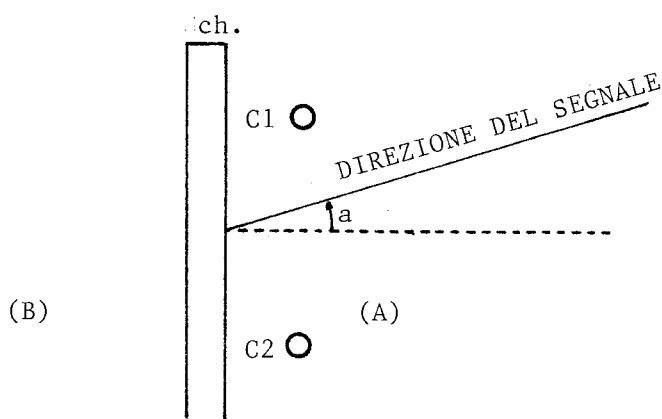
Se la sensibilità è elevata in una direzione e diminuisce molto rapidamente con il variare di essa si dice che il sistema ha una buona diretti-

vità (vedi Rif. bibliografico n.21 ).

Se il sistema ricevente è collegato ad un dispositivo per il trattamento del segnale mirante ad ottenere una risposta strumentale dalla posizione della sorgente del segnale la caratteristica di direttività del sistema potrà essere sensibilmente migliorata, applicando, in fase di trattamento del segnale, i metodi di correlazione.

La cosa è facilmente dimostrabile partendo ad esempio dal più semplice sistema ricevente direttivo: il dipolo.

Supponiamo pertanto che un dipolo sia disposto come indicato in figura 9.8.



*Figura 9.8 Dipolo ricevente*

Nella figura si osserva che il dipolo è formato dai due captatori C1 e C2 che ricevono il segnale dal settore (A) e da uno schermo posteriore Sch. che impedisce ai captatori di ricevere il segnale dal settore (B).

La caratteristica di direttività di questo sistema ricevente si ottiene sommando tra loro le tensioni d'uscita dei due captatori, rivelando opportunamente la somma ottenuta ed integrando la tensione del rivelatore secondo lo schema a blocchi di figura 9.9 .

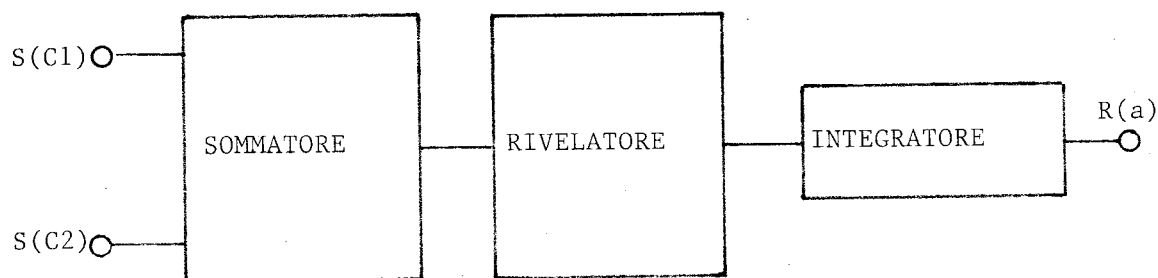


Figura 9.9 Sistema ricevente direttivo

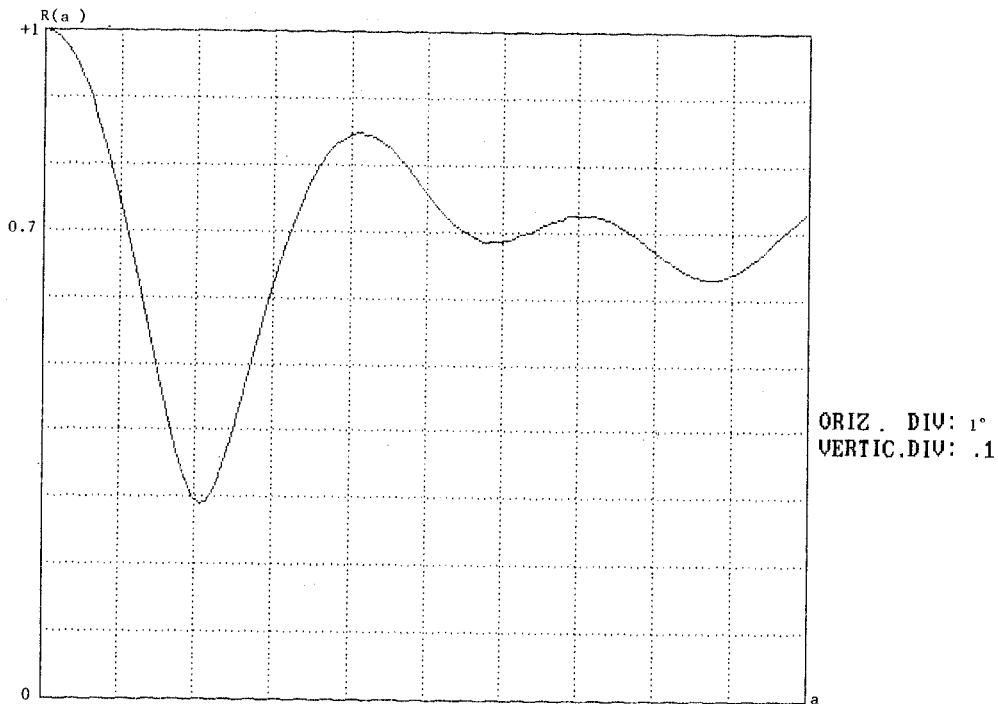
Se il segnale è definito in una banda di frequenze comprese tra  $F1$  ed  $F2$  dove  $F2 = 2F1$ , la tensione d'uscita  $R(a)$  del sistema di figura 9.9, che dipende dalla direzione del segnale, è data dall'espressione seguente (vedi Rif.bibliografico n.20 ):

$$R(a) = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\text{Sen } \gamma}{2 \gamma} \text{Cos } 3\gamma} \quad 9.6)$$

$$\text{dove } \gamma = \frac{3.14 D F1}{C} \text{Sen}[ a (3.14/180) ]$$

in cui  $D$  è la distanza tra i captatori , $C$  è la velocità di propagazione del segnale nel mezzo ed  $a$  è la direzione del segnale espressa in gradi.

Se supponiamo  $F1 = 1500 \text{ Hz}$ ;  $F2 = 3000 \text{ Hz}$  ,la distanza tra i captatori uguale a  $2 \text{ mt}$ , e  $C = 330 \text{ m/Sec}$ . abbiamo la curva di direttività  $R(a)$  riportata nel grafico di figura 9.10

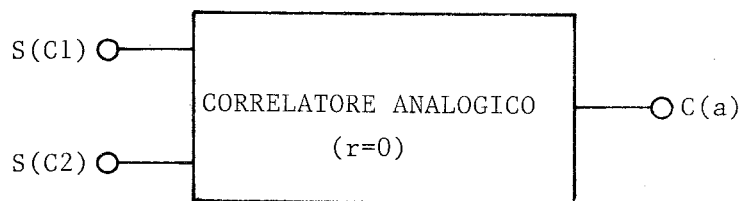


*Figura 9.10 Caratteristica di direttività del dipolo*

Nella figura si può osservare che la larghezza del semilobo di direttività, a 3 dB sotto il massimo, è di  $\sim 1.2^\circ$ .

Questa è la misura della bontà della caratteristica di direttività del sistema ricevente.

Se ora applichiamo i segnali dei due captatori C1 e C2, invece che al dispositivo tradizionale visto in figura 9.9, ad un correlatore analogico così come mostrato in figura 9.11



*Figura 9.11 Correlatore analogico per il rilievo direttività*

avremo che la  $C(a)$ , per  $r = 0$ , varierà d'ampiezza in funzione di  $a$  secondo l'espressione:

$$C(a) = \frac{\text{Sen } 6.28 \text{ DF } \hat{r}}{6.28 \text{ DF } \hat{r}} \text{Cos } 6.28 \text{ Fo } \hat{r}$$

dove:

$$\text{DF} = \frac{3000-1500}{2} \quad ; \quad \text{Fo} = \frac{3000+1500}{2} \quad ;$$

$$\hat{r} = \frac{D \text{ Sen}[ a (3.14/180^\circ)]}{C} = \frac{2 \text{ Sen}[ a (3.14/180^\circ)]}{330}$$

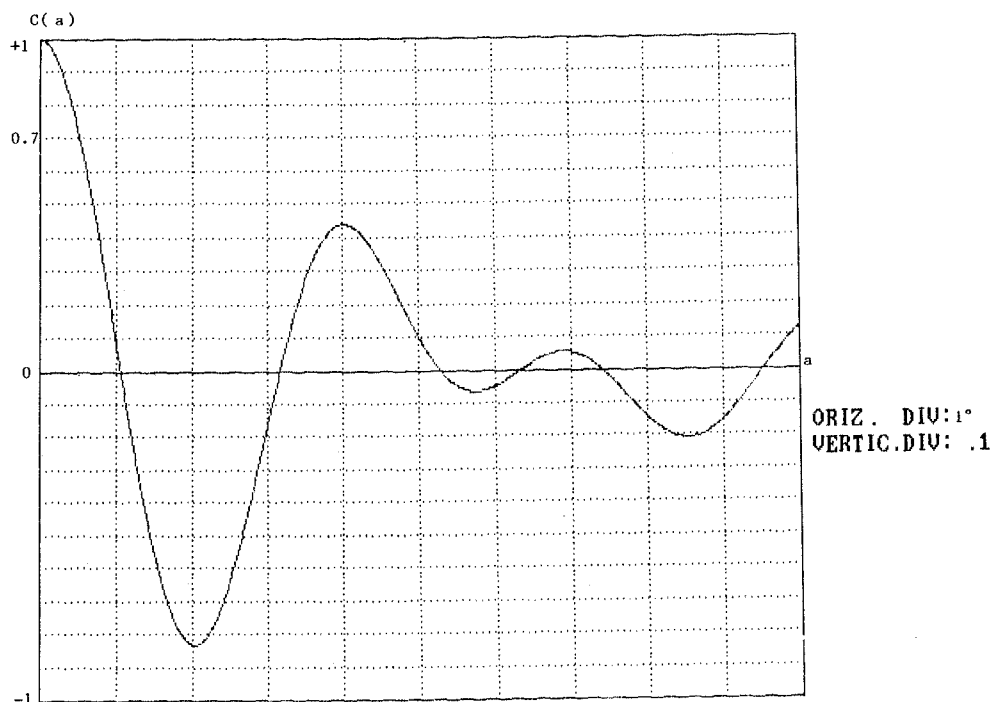
Il calcolo eseguito sulla  $C(a)$  porta al tracciamento della curva riportata in figura 9.12.

In essa osserviamo che la larghezza del semilobo di direttività, a 3 dB sotto il massimo, è di  $\sim 0.6^\circ$ .

La comparazione tra la figura 9.10 e la figura 9.12 ci mostra chiaramente il vantaggio ottenuto in termini di larghezza del lobo di direttività; con la correlazione si ha un miglioramento della bontà della direttività nel rapporto 2 a 1.

Dopo questo esercizio è necessario fare una importante precisazione: l'espressione  $R(a)$  che fornisce la direttività ordinaria è tale che se l'ampiezza del segnale captato varia, varia di conseguenza anche l'ampiezza di  $R(a)$  ; questa informazione è importante in molte applicazioni.

Per evidenziare ciò anche con l'applicazione dei metodi di correlazione è indispensabile che il correlatore sia del tipo analogico.



*Figura 9.12 Direttività del dipolo in correlazione*

### 9.9 IL MONITORAGGIO CONTINUO DELLA INTERDIPENDENZA TRA DUE SEGNALI

In alcune applicazioni tecniche è necessario il monitoraggio continuo della interdipendenza tra due segnali; il controllo cioè del massimo grado di correlazione imposta, per ragioni funzionali, all'interno di una apparecchiatura.

Se l'indicazione dell'inizio dell'eventuale fase di degrado dell'interdipendenza deve essere data per piccoli valori di scostamento, rispetto al valore nominale, il dispositivo in grado di assolvere questo compito è l'anticorrelatore di cui abbiamo già parlato nel paragrafo 5.1.

L'anticorrelatore può essere facilmente costruito su di una scheda

elettronica che può far parte integrante dell'apparecchiatura nella quale deve essere esercitato il controllo dell'interdipendenza tra le grandezze del tempo. In base alle caratteristiche dei segnali da monitorare e l'entità degli scostamenti da evidenziare deve essere opportunamente dimensionato l'anticorrelatore e i circuiti ad esso complementari.

Un esempio numerico consentirà di inquadrare questo tipo di applicazione dei metodi di correlazione.

Supponiamo che i due segnali da monitorare siano definiti, in bande uguali, nel campo di frequenze compreso tra 72000 Hz e 85000 Hz.

Supponiamo inoltre che sia richiesto un controllo dello scostamento dell'interdipendenza entro il 5% del massimo valore della funzione di correlazione.

Con questi dati dobbiamo anzitutto calcolare la  $C(r)_x$  dei segnali per renderci conto per quale valore di  $r$  la  $C(r)_x$  decresce del 5% ; applicando la nota espressione normalizzata :

$$C(r)_x = (2/3.14) \text{ Arcsen} \left[ \frac{\text{Sen } 6.28 \text{ DF } r}{6.28 \text{ DF } r} \text{ Cos } 6.28 \text{ Fo } r \right]$$

$$\text{con } DF = \frac{85000-72000}{2} \quad \text{ed} \quad Fo = \frac{85000+72000}{2}$$

possiamo vedere che  $C(r)_x$  decresce da 1 a 0.95 per un valore di  $\dot{r} = 0.16$  microsecondi

Ora, facendo ricorso alla trasformata di Hilbert non normalizzata, possiamo scrivere:

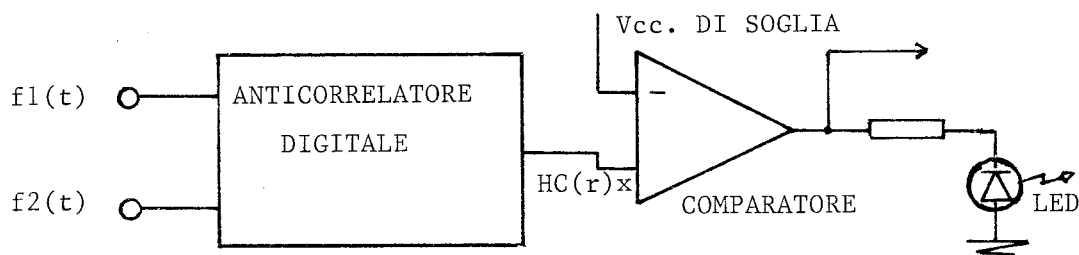
$$HC(r)_x = (\text{Val.}/3.14) \text{ Arcsen} \left[ \frac{\text{Sen}(6.28 \text{ DF } \dot{r})}{(6.28 \text{ DF } \dot{r})} \text{ Sen}(6.28 \text{ Fo } \dot{r}) \right]$$

in cui DF ed Fo hanno i valori già calcolati in precedenza per la  $C(r)x$  ; per cui con  $V_{al.} = 15 \text{ V}$  e  $\tau = 0.16 \text{ microsecondi}$  si ha:

$$HC(r)x = 0.37V_{cc}$$

Questo valore di tensione corrisponde quindi all'indicazione di uno scarto del 5 % sull'interdipendenza dei segnali.

Ora è cosa semplice rilevare questa situazione; è sufficiente disporre all'uscita dell'anticorrelatore, così come è mostrato in figura 9.13 un comparatore di livello che comanda l'accensione di un LED o impone una variazione di stato a circuiti preposti per il controllo on line di tutta l'apparecchiatura.



*Figura 9.13 Anticorrelatore per il controllo della coerenza*

Nel caso in esame le prestazioni dell'anticorrelatore possono ulteriormente ampliarsi dato che la sua uscita è in grado di rivelare quale delle due grandezze monitorate ha iniziato a perdere l'interdipendenza con l'altra. Questa affermazione può sconcertare dato che se l'interdipendenza diminuisce ci si può chiedere con quale criterio si possa attribuire all'una o all'altra grandezza questo fatto.

Se però immaginiamo di avere una terza grandezza di riferimento, totalmente correlata con le altre due, è facile vedere, rispetto al riferimento qual è la grandezza che, per cause che dopo dovranno essere accertate, inizia a degradare la sua coerenza.



L'anticorrelatore è in grado di evidenziare se la perdita di coerenza è da attribuire ad un segnale o all'altro nel seguente modo:

L'uscita  $HC(r)x$ , che se i segnali sono totalmente interdipendenti è a valore zero, assumerà valori positivi o negativi in base al degrado della coerenza dell'uno o dell'altro segnale. Questo nuovo modo di vedere la funzione  $HC(r)x$  può essere spiegato analiticamente come segue:

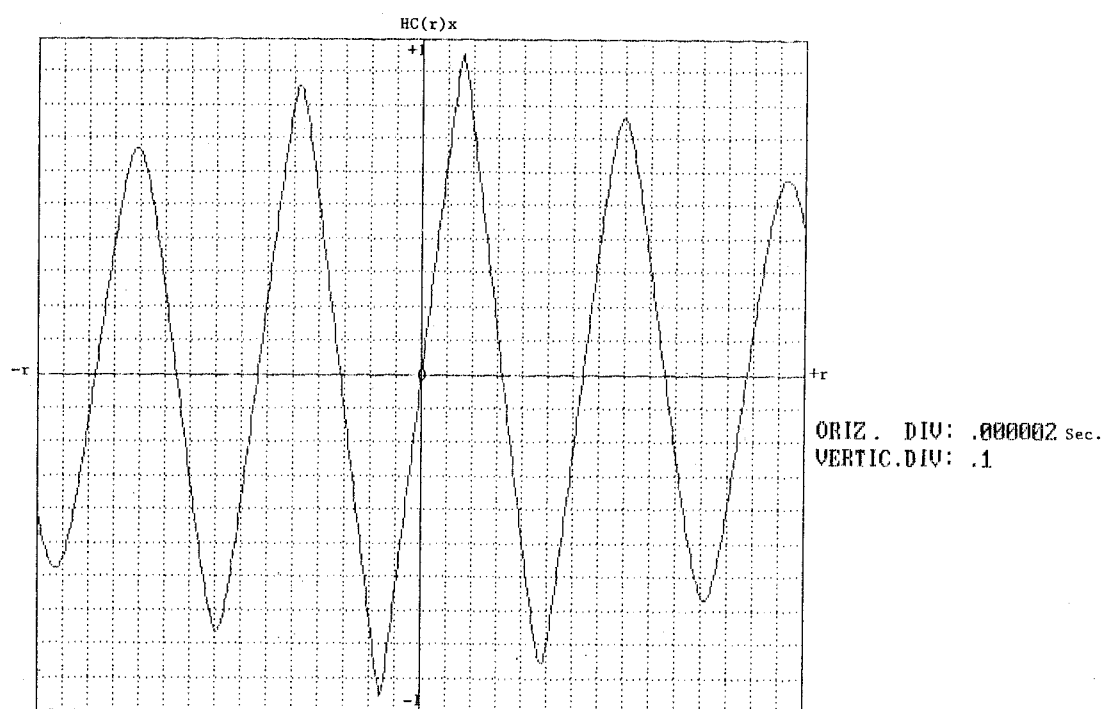


Figura 9.14 Andamento  $HC(r)x$

La  $HC(r)x$  è una funzione dispari, perciò risente del segno di  $r$ ; la  $HC(r)x$  può infatti essere tracciata, sempre in base alla formula già citata, sia per i valori positivi che negativi di  $r$ , così come risulta dal grafico di figura 9.14.

Questo caratteristico comportamento della  $HC(r)x$  suggerisce il modo di individuare quale delle due grandezze del tempo perde coe-

renza rispetto all'altra: consideriamo allo scopo il circuito di figura 9.15;

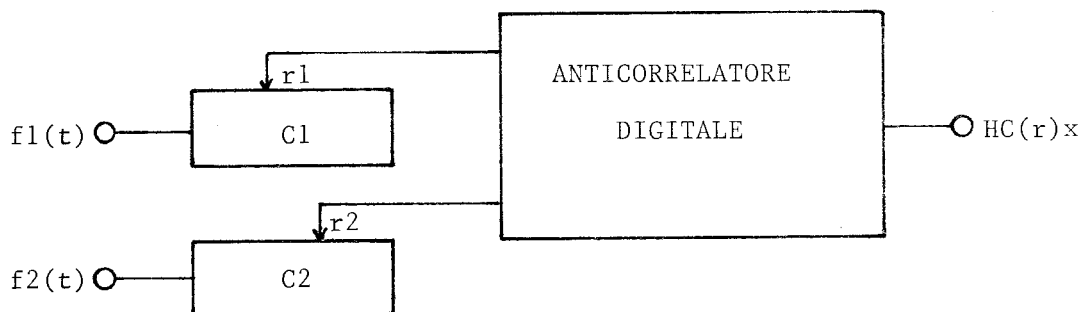


Figura 9.15 Schema dell'anticorrelatore per il rilievo del segno di  $r$

Nella figura vediamo un dispositivo anticorrelatore che riceve le due grandezze del tempo,  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , coerenti tra loro, tramite due catene di ritardo analogiche esterne  $C_1$  e  $C_2$ .

Se si dispongono  $C_1$  e  $C_2$  rispettivamente per  $r_1=0$  ed  $r_2 = 0$   $HC(r)x$  sarà ovviamente uguale a zero. Se dopo questa fase iniziamo ad aumentare il valore di  $r_1$ , spostando la presa sulla catena  $C_1$  si vedrà, ad esempio, che la  $HC(r)x$  non resta più zero, ma cresce verso valori positivi.

In questo caso è  $f_1(t)$  che a causa dell'aumentare di  $r_1$  cambia il suo stato di interdipendenza rispetto a  $f_2(t)$ , sulla quale nulla è stato fatto.

Se viceversa si lascia  $r_1 = 0$  e si incrementa  $r_2$  su  $C_2$  si vedrà che la  $HC(r)x$  questa volta cresce verso valori negativi. In questo secondo caso è  $f_2(t)$  che a causa della variazione di  $r_2$  cambia il suo stato di interdipendenza rispetto ad  $f_1(t)$  sulla quale ora nulla è stato fatto.

Quanto abbiamo mostrato è l'equivalente dell'introduzione di valori di  $r$  positivi o negativi perchè in un caso si ritarda  $f_1(t)$  rispetto ad  $f_2(t)$ , nell'altro caso si ritarda  $f_2(t)$  rispetto ad  $f_1(t)$ ; ciò corrisponde, ad esempio, a non variare il ritardo di  $f_1(t)$ , per poi assegnare idealmente ad

$f_2(t)$  ritardi positivi o negativi dato che la variazione tra le due grandezze è una variazione relativa di ritardo.

Ecco quindi che registrando opportunamente il senso di variazione della  $HC(r)x$  si riesce ad introdurre il criterio di distinzione tra degrado di coerenza di  $f_1(t)$  e degrado di coerenza di  $f_2(t)$ .

Questa nuova visione delle prestazioni dell'anticorrelatore ne suggeriscono un impiego più esteso; esso infatti non solo consente di rivelare quando tra due segnali viene a degradarsi la coerenza, ma può indicare quale dei due segnali ne è la causa.

Un semplice circuito che può assolvere questo duplice compito è mostrato in figura 9.16.

In questa soluzione circuitale scatterà il comparatore A quando  $f_1(t)$  supererà la percentuale del degrado di coerenza stabilito e la corrispondente  $HC(r)x$  sarà negativa; scatterà il comparatore B quando  $f_2(t)$  supererà la percentuale del degrado stabilito e la corrispondente  $HC(r)x$  sarà positiva.

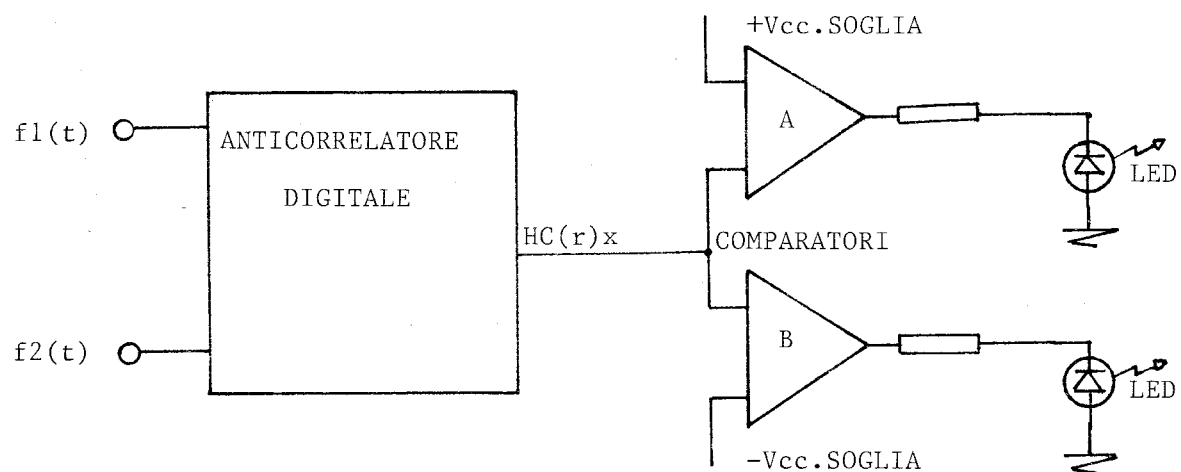


Figura 9.16 Anticorrelatore per la rivelazione del degrado di coerenza di  $f_1(t)$  o di  $f_2(t)$

## 9.10 LA CORRELAZIONE PER LA RICERCA DELLE COMPONENTI DI INTERDIPENDENZA TRA SEGNALI

Il problema della ricerca delle componenti di interdipendenza tra segnali si può presentare talvolta in fase di messa a punto dei sistemi più diversi.

Può accadere infatti che un sistema manifesti un comportamento funzionale non conforme alle attese del progettista a causa di impercettibili legami di interdipendenza tra grandezze elettriche.

In situazioni di questo tipo a nulla servono le indagini tradizionali di laboratorio se non sono basate su metodi statistici.

La soluzione del problema risiede nell'applicazione dei metodi di correlazione incrociata nell'analisi dei segnali in dubbio di interdipendenza. Prima di affrontare l'argomento relativo all'analisi dei segnali è opportuno spendere due parole sul significato fisico di quelle che abbiamo chiamato componenti di interdipendenza: Due segnali possono essere opportunamente generati in modo che ciascuno, per assolvere un determinato compito, non debba contenere assolutamente, anche se in minima parte, tensioni perturbanti comuni all'altro; ciò anche se queste non sono correlate negli stessi tempi.

Se ad esempio i segnali in questione, a causa di una imperfezione tecnica, vengono ad esempio generati in modo tale che l'uno abbia un impercettibile inquinamento dovuto ad un disturbo  $N$  e l'altro subisca l'effetto dello stesso disturbo  $N$  in tempi diversi; questo disturbo produrrà sui due segnali delle componenti di interdipendenza che potranno essere individuate soltanto mediante correlazione.

Nell'esempio ora accennato ci troviamo in una situazione che è facilmente inquadrabile da un punto di vista analitico:

Sia  $S_1(t)$  il primo segnale ed  $S_2(t)$  il secondo segnale. Sia  $N(t)$  la perturbazione che raggiunge  $S_1(t)$  inquinandolo e  $N(t+r^*)$  la perturbazione che raggiunge il segnale  $S_2(t)$   $r^*$  secondi dopo.

I segnali inquinati si troveranno pertanto come somme istantanee di

tensioni, nella forma :

$$U_1(t) = S_1(t) + N(t) \text{ per il primo}$$

$$U_2(t) = S_2(t) + N(t+r^*) \text{ per il secondo}$$

Ora se vogliamo ricavare tra i due segnali inquinati le componenti di interdipendenza dobbiamo applicare l'integrale di correlazione incrociata tra  $U_2(t)$  ed  $U_1(t)$  cioè :

$$C(r)_{1,2} = (1/T_0) \int_0^{T_0} U_2(t) \times U_1(t+r) dt \quad \text{da cui sostituendo}$$

$U_2(t)$  ed  $U_1(t)$  si ha :

$$C(r)_{1,2} = (1/T_0) \int_0^{T_0} [S_2(t)+N(t+r^*)] \times [S_1(t+r)+N(t+r)] dt$$

sviluppando l'integrale si ha :

$$C(r) = (1/T_0) \int_0^{T_0} S_2(t) S_1(t+r) dt + (1/T_0) \int_0^{T_0} S_2(t) N(t+r) dt +$$

$$+ (1/T_0) \int_0^{T_0} S_1(t+r) N(t+r^*) dt + (1/T_0) \int_0^{T_0} N(t+r^*) N(t+r) dt$$

Se il tempo di integrazione  $T_0$  è sufficientemente elevato si ha che: il primo integrale non apporta varianza ed è nullo perchè le due grandezze sono completamente scorrelate dato che questa è la loro caratteristica fondamentale legata al progetto del sistema.

Il secondo integrale non apporta varianza ed è nullo perchè le due

grandezze sono completamente scorrelate, dato che sono state generate da sorgenti diverse. Il terzo integrale non apporta varianza ed è nullo perchè le due grandezze sono completamente scorrelate per le ragioni attinenti al secondo integrale.

Il quarto integrale porterà poca varianza, ma sarà diverso da zero dato che l'integrale di  $[N(t+r^*) \times N(t+r)]$  è la funzione di correlazione della grandezza del tempo  $N(t)$ ; che fornirà il suo valore massimo quando, nel processo di correlazione incrociata dal quale siamo partiti, la variabile  $r$  sarà uguale ad  $r^*$ .

In termini più tecnici la figura 9.17 aiuterà a comprendere meglio le cose:

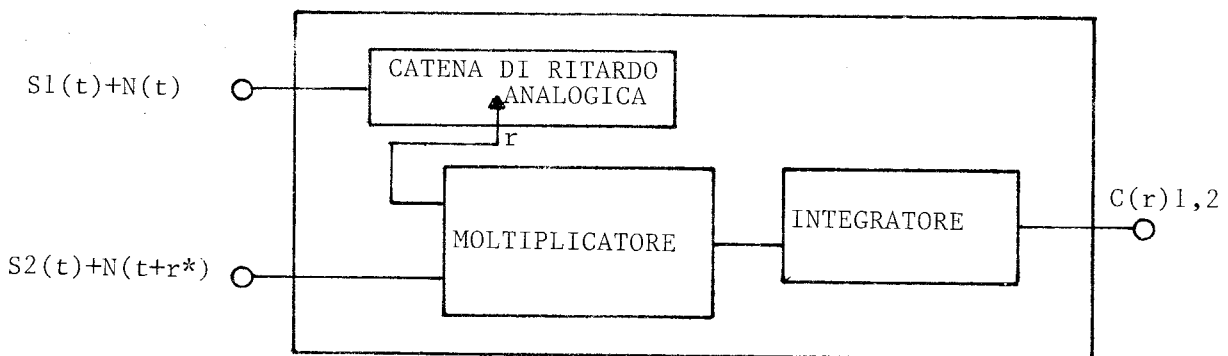


Figura 9.17 Correlatore per la rivelazione del disturbo inquinante

Nella figura si vede che il segnale inquinato,  $S1(t)+N(t)$ , entra nel correlatore analogico tramite la catena di ritardo per essere presentato al moltiplicatore sotto forma di  $S1(t+r)+N(t+r)$ , mentre il segnale  $S2(t)+N(t+r^*)$  è applicato direttamente al moltiplicatore.

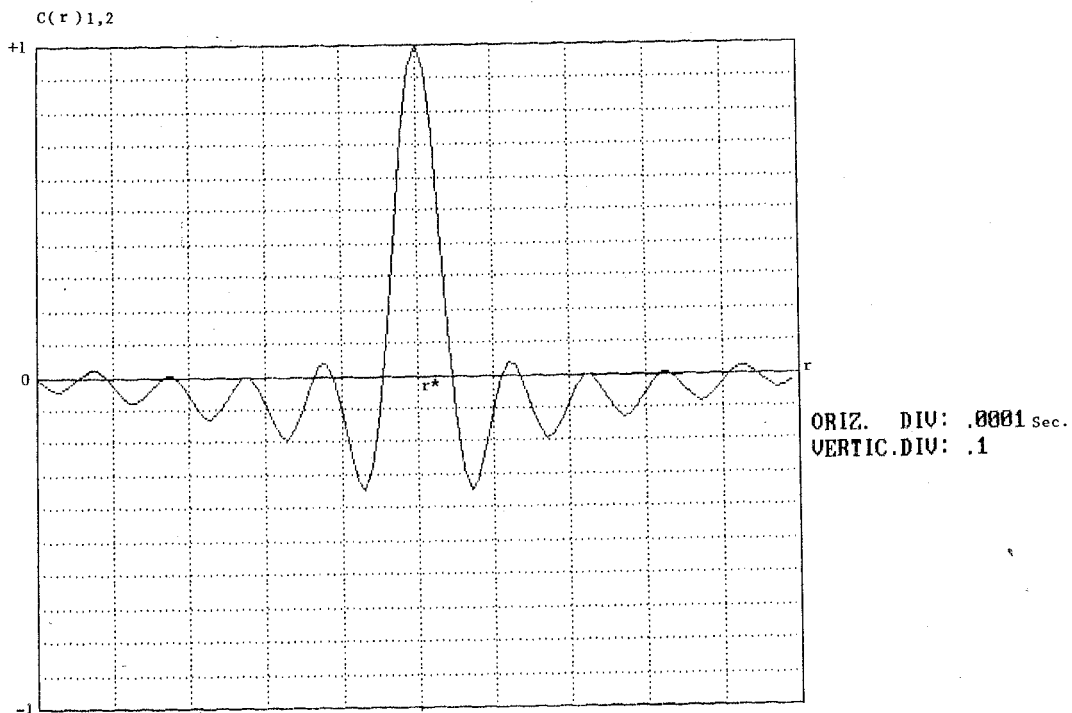
Il risultato della correlazione incrociata è, come abbiamo in precedenza dedotto analiticamente :

$$C(r)_{1,2} = (1/T_0) \int_0^{T_0} N(t+r^*) \times N(t+r) dt$$

che come sappiamo denuncerà il suo valore massimo per un valore di

ritardo pari a  $r^*$ . Naturalmente questo tipo di misura impone valori molto bassi della  $Ft$  dell'integratore per consentire di evidenziare la presenza della  $C(r)_{1,2}$  dei disturbi inquinanti altrimenti alterata dalla varianza dei segnali  $S_1(t)$  e  $S_2(t)$ .

La correlazione incrociata dei due segnali inquinati porterà perciò al risultato mostrato nel grafico di figura 1.18



*Figura 9.18  $C(r)_{1,2}$  dei disturbi inquinanti*

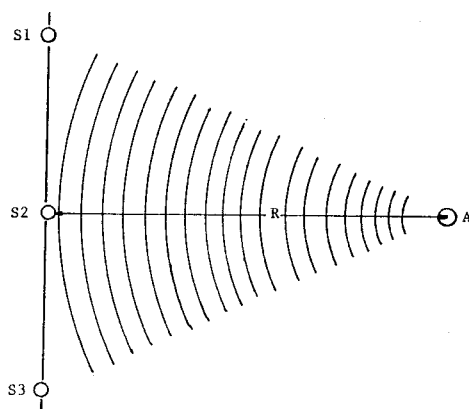
che mette bene in evidenza quanto stavamo cercando, cioè l'esistenza di componenti di interdipendenza tra i segnali  $S_1(t)$  e  $S_2(t)$ .

La funzione di correlazione di figura 9.18, in base al suo profilo, potrà dare anche utili indicazioni sulle caratteristiche frequenziali del segnale inquinante che potranno contribuire alla sua localizzazione e successiva eliminazione.

## 9.11 LA CORRELAZIONE NELLA MISURA DELLA DISTANZA DI UNA SORGENTE SONORA

Una importante applicazione dei metodi di correlazione che ha avuto notevole rilevanza nel campo della localizzazione subacquea può essere di stimolo o di suggerimento per altri sviluppi in campi diversi. Sfruttando la particolare caratteristica della propagazione delle onde acustiche in mare, che si concretizza nell'espansione delle onde stesse dalla sorgente, secondo superfici sferiche, è stata sviluppata una metodologia di misura della distanza della sorgente acustica che si basa essenzialmente su processi multipli di correlazione. Il sistema di misura che si divide in due parti distinte, i sensori acustici e il processore di correlazione, sfrutta una semplice geometria sul piano che ora esamineremo.

Consideriamo, così come mostrato in figura 9.19, una sorgente acustica A posta a distanza R sull'asse perpendicolare ad una base di tre sensori acustici subacquei S1 , S2 , S3 .



*Figura 9.19 Geometria del modello acustico*

Le differenze dei tempi di percorrenza delle onde acustiche sui tre sensori sono dipendenti, in modo poco evidente, dalla distanza di provenienza del fronte d'onda.



Per mostrare come la correlazione risolve il problema della misura di  $R$  dobbiamo anzitutto studiare la geometria di figura 9.19 riportandola per i dettagli di calcolo in figura 9.20.

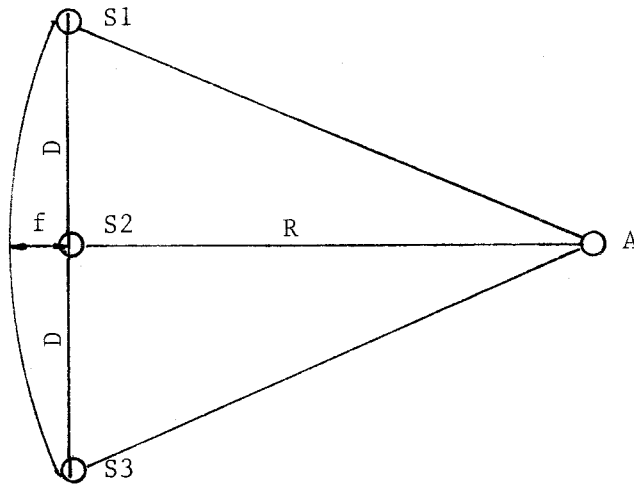


Figura 9.20 Geometria dei sensori

Il disegno di figura 9.20 mostra il fronte d'onda circolare che, dopo aver colpito inizialmente S2, si è spostato verso sinistra fino a colpire contemporaneamente S1 ed S3, dove con  $f$  è indicata l'entità dello spostamento e con  $D$  la distanza  $(S1-S2)=(S2-S3)$ .

Dato che  $f$  è la freccia della circonferenza il cui raggio è uguale a  $(R+f)$  e  $2D$  è la corda che determina  $f$ , dalle regole della geometria sul cerchio si ha:

$$2D = 2 \sqrt{f[2(R+f)-f]} \quad \text{cioè} \quad D^2 = f(2R+f)$$

dato però che  $R \gg f$  all'interno della parentesi si può trascurare  $f$  e scrivere:

$$D^2 \cong 2fR \quad \text{da cui} \quad R \cong \frac{D^2}{2f} \quad 9.7)$$

Se ora indichiamo con  $C$  la velocità del suono nell'acqua e con  $r^*$  il tempo necessario all'onda per coprire il percorso  $f$  abbiamo:

$f = C r^*$  che sostituito nella formula della distanza  $R$  dà :

$$R = \frac{D^2}{2 r^* C} \quad 9.8)$$

Ecco quindi che abbiamo trovato una legge di dipendenza tra la distanza  $R$  della sorgente e il tempo  $r^*$  che il fronte d'onda curvo impiega nel passare da  $S2$  a  $S1, S3$  .

Possiamo a questo punto definire i segnali acustici che, generati dalla sorgente  $A$ , pervengono alla base dei sensori  $S1, S2, S3$ .

Se indichiamo con  $S2(t)$  il segnale che colpisce  $S2$ , dato il ritardo  $r^*$  dovuto alla freccia  $f$ , dobbiamo indicare con  $S1(t+r^*)$  e  $S3(t+r^*)$  i segnali che colpiscono  $S1$  ed  $S3$  .

E' ora necessario fare un primo esempio numerico per dare un'idea delle grandezze in gioco; supponiamo che la lunghezza della base sia  $2D = 50$  m, che la distanza sia  $R = 10000$  mt e la velocità del suono  $C=1530$  m/Sec.; calcoliamo il valore di  $r^*$

$$r^* = \frac{D^2}{2 R C} = \frac{25^2}{2 \times 10000 \times 1530 \text{ m/Sec.}} = 20.42 \text{ microsecondi}$$

Come il calcolo ha messo bene in evidenza il ritardo in gioco è dell'ordine delle decine di microsecondi e ci si rende conto che grandezze di questa entità sono difficili da misurare se non con i metodi di correlazione.

Applichiamo quindi questi metodi ai segnali  $S2(t), S1(t+r^*)$ ; per far ciò supponiamo che la sorgente del segnale emetta un rumore nella banda di frequenza compresa fra 10000 e 15000 Hz; la funzione di

correlazione incrociata tra  $S_1(t)$  e  $S_2(t+r^*)$  sarà:

$$C(r)_{1,2} = \frac{\text{Sen}[6.28 \text{ DF}(r-r^*)]}{[6.28 \text{ DF}(r-r^*)]} \text{Cos}[6.28 \text{ Fo}(r-r^*)] \quad \text{dove}$$

$$\text{DF} = \frac{15000-10000}{2} ; \text{Fo} = \frac{15000+10000}{2} ; r^* = 20.42 \text{ microsec.}$$

L'andamento di  $C(r)_{1,2}$ , riportato in figura 9.21.

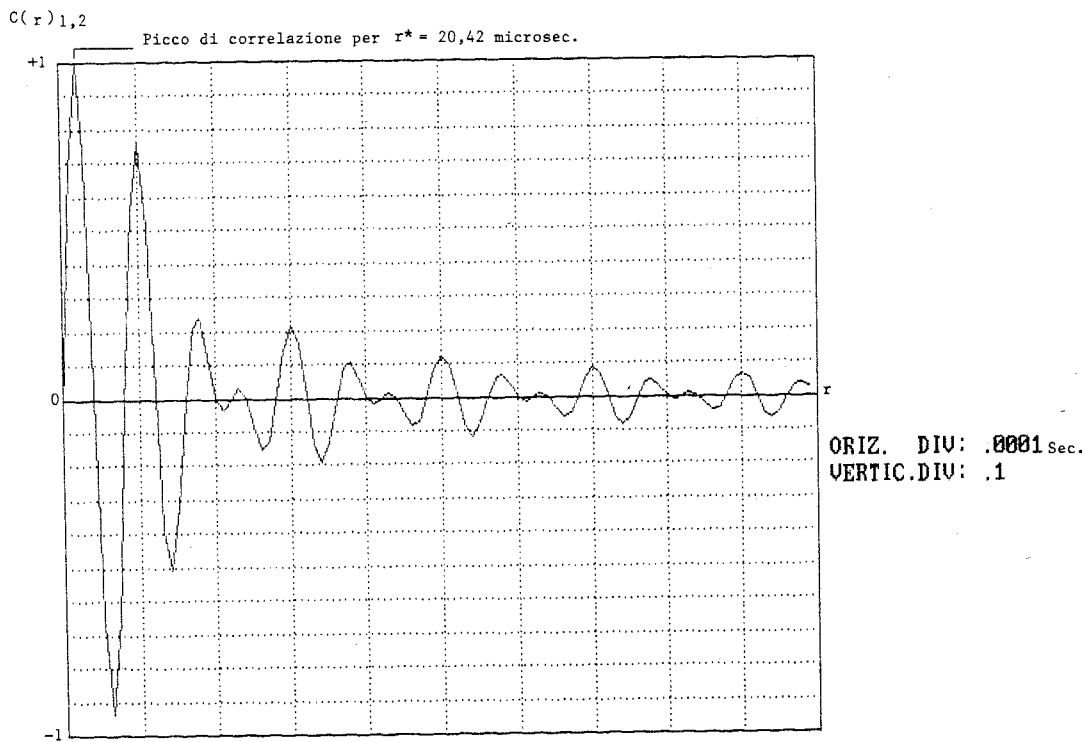


Figura 9.21  $C(r)_{1,2}$  per la misura della distanza

La figura mostra che il massimo di  $C(r)_{1,2}$  si ha quando il ritardo  $r$  introdotto dalla catena del correlatore coincide con  $r^*$ .

E' immediato perciò comprendere come con l'impiego di un correla-

tore sia possibile determinare con precisione il valore di  $r^*$  e con il semplice calcolo:

$$R = \frac{D^2}{2 r^* C}$$

determinare la distanza della sorgente acustica.

Alcune precisazioni devono però essere fatte per chiarire ulteriormente questa importante metodologia di misura:

1) Per poter calcolare con la precisione stabilita la distanza  $R$  si dovrà determinare con accuratezza anche il valore di  $r^*$ ; ciò imporrà la finezza dei passi di ritardo  $r$  da introdurre con la catena di ritardo del correlatore.

2) Nell'esempio che abbiamo fatto siamo riusciti a misurare il valore di  $r^*$  soltanto mediante la correlazione incrociata tra  $S1(t)$  e  $S2(t+r^*)$ , non impiegando la seconda coppia di segnali  $S2(t)$  e  $S3(t+r^*)$ .

Questo fatto, che ci farebbe pensare all'inutilità del sensore acustico  $S3$ , è dovuto all'ipotesi semplicistica iniziale che prevedeva la sorgente acustica lungo l'asse della base, passante per  $S2$ . Se invece, come nella maggioranza dei casi accade, la sorgente acustica è comunque disposta rispetto all'asse della base si dovranno computare, con due correlatori distinti, tanto la  $C(r)_{1,2}$  tra  $S2(t)$  e  $S1(t+r^*)$ , quanto la  $C(r)_{1,2}$  tra  $S2(t)$  e  $S3(t+r^*)$  che in questo caso dovranno essere elaborate in modo diverso.

Da quanto detto al punto precedente si comprende che abbiamo illustrato la metodologia per la misura della distanza di una sorgente sonora partendo da una condizione limite; ciò allo scopo di risolvere il problema in modo semplice ed illustrare una delle molteplici applicazioni dei metodi di correlazione.

Nel chiudere questo argomento è necessario chiarire al lettore l'apparente incongruenza tra quanto riportato nel paragrafo 9.3 in cui, nel considerare le onde acustiche per la determinazione della direzione

della sorgente sonora, non si è accennato al fatto che il fronte d'onda è curvo, ma lo si è considerato piano, come mostrato nella figura 9.3.

Ciò è dovuto al fatto che nella misura della direzione di provenienza del suono l'effetto della curvatura dell'onda è assolutamente irrilevante al fine della misura della direzione stessa.

### 9.12 DETERMINAZIONE DELLA $h(t)$ DI UN QUADRIPOLO MEDIANTE CORRELAZIONE

Come i lettori sapranno la  $h(t)$  di un quadripolo altro non è che la risposta del quadripolo stesso all'eccitazione di un impulso unitario di durata infinitesima (Funzione impulsiva unitaria) vedi Rif.bibliografico n.15 La  $h(t)$  definisce pertanto le caratteristiche del quadripolo perchè la derivata di  $h(t)$  ne rappresenta la risposta  $A(t)$ .

I metodi di correlazione consentono di misurare la  $h(t)$  di un quadripolo mediante una particolare relazione analitica che lega una grandezza del tempo  $f(t)$  sia alla propria  $C(r)$  che alla  $h(t)$  di un quadripolo eccitato con la  $f(t)$  stessa così come è mostrato in figura 9.22

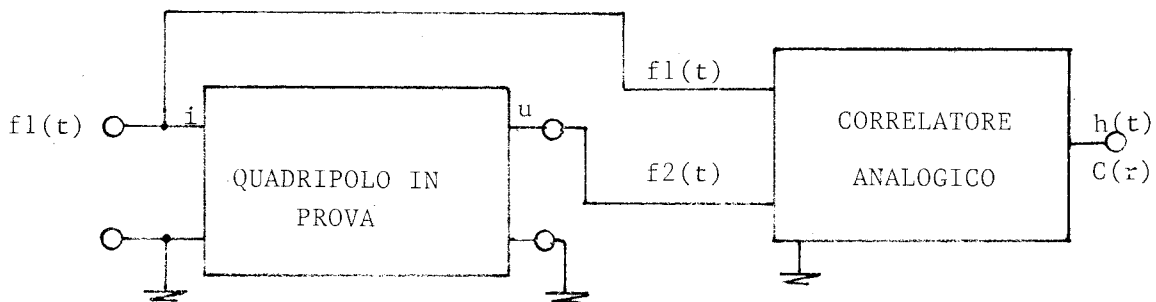


Figura 9.22 Schema a blocchi per la misura della  $h(t)$

Ciò in termini applicativi significa che la  $h(t)$  del quadripolo altro non è che la funzione di correlazione incrociata tra la grandezza  $f1(t)$ , che è applicata all'ingresso del quadripolo e la corrispondente

grandezza  $f_2(t)$  all'uscita del medesimo.

La risposta  $h(t)$  del quadripolo, in funzione di  $r$ , è mostrata a titolo di generico esempio nella figura 9.23

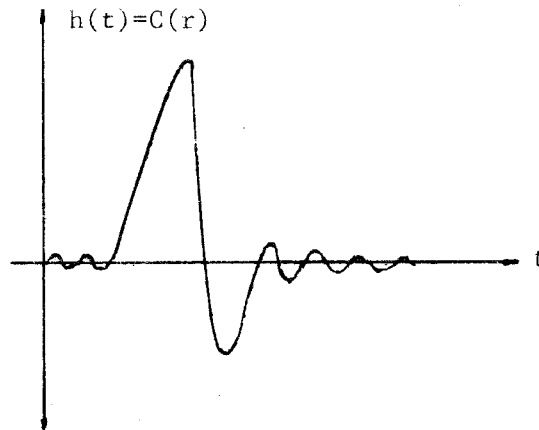


Figura 9.23 Andamento della  $h(t)$  di un quadripolo

### 9.13 LA CORRELAZIONE DIGITALE IN SOSTITUZIONE DELLA RIVELAZIONE DI ENERGIA

I metodi di correlazione digitale si prestano alla scoperta dei segnali a larga banda coperti dal disturbo meglio di quanto non si prestino i rivelatori di energia.

La ragione di ciò risiede nella diversità funzionale degli uni rispetto agli altri; nei correlatori la presenza dei disturbi scorrelati provoca in uscita soltanto la varianza che tende, con le proprie oscillazioni, a mascherare la  $C(r)$  dovuta ai segnali correlati di ingresso, mentre nei rivelatori di energia i disturbi provocano in uscita, oltre che la varianza, anche una componente continua che ha le stesse caratteristiche della componente continua dovuta al segnale.

Per chiarire questo diverso comportamento dei due dispositivi di detezione analizziamo il seguente esempio:

Si debbano discriminare due segnali correlati  $S_1$  e  $S_2$  coperti dai disturbi scorrelati  $N_1$  e  $N_2$ , di eguale ampiezza  $N$ , presenti ai capi di due sen-

sori S1 e S2 .

Nel caso di rivelazione di Si, mediante un correlatore digitale, dato che i segnali sono correlati, il valore di C(r)x è dato per r = 0, dalla 4.6):

$$C(0)x = Su = \frac{\text{Val.}}{3.14} \text{Arcsen} \frac{1}{1+(Ni/Si)^2}$$

Se assumiamo:

Val.= 5V ;

(Si/Ni)dB = -10dB (con Si=0.32 Veff. e Ni=1Veff.) ;

segnali e disturbi definiti nella banda F1 = 1000 Hz

ed F2 = 3000 Hz

il valore di Su sarà:

$$Su = C(0)x = \frac{5}{3.14} \text{Arcsen} \frac{1}{1+(1/0.32)^2} = 0.15 \text{ Vcc}$$

La varianza Nu che tenderà a mascherare Su sarà, in base alla 4.5):

$$Nu = \frac{\text{Val.}}{3.14 \sqrt{(6/7)x4x1x RC(F2-F1)}} = \frac{5}{3.14 \sqrt{(6/7)x4x1x RC 2000}}$$

Se si traccia ora una curva di come varia Nu in funzione di RC si ha il diagramma di figura 9.24.

Da questo diagramma si può stabilire quale valore di RC consente al valore efficace della varianza Nu di essere inferiore di almeno 1/7 del valore della componente continua di Su; nel nostro caso si ha che la condizione è verificata per un valore RC=0.9 Sec. al quale corrisponde una frequenza di taglio dell'integratore di Ft = 1/( 6.28 RC) = 0.18 Hz.

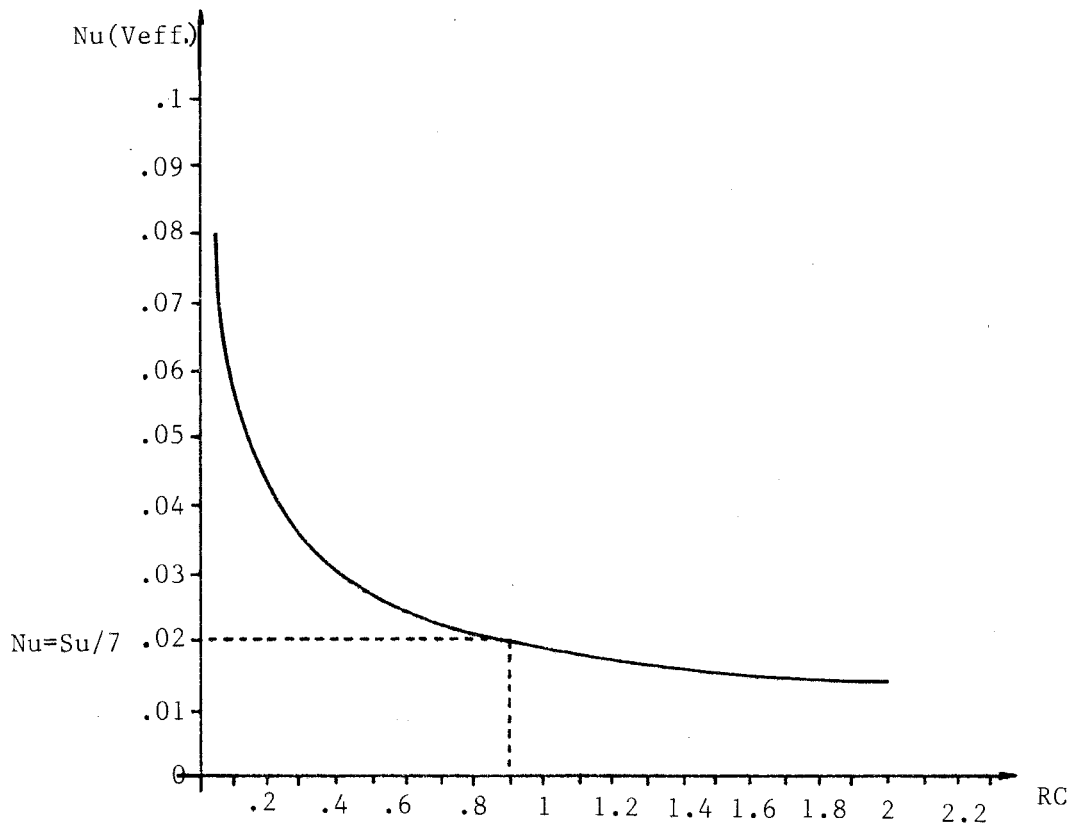


Figura 9.24 Nu in funzione di RC

Con questa impostazione del correlatore saremo certi di poter discriminare costantemente la presenza dei segnali Si inquinati dai disturbi in quanto la nostra  $C(0)x$  emergerà nettamente dalla varianza.

Consideriamo ora il caso che per la discriminazione dei segnali Si in mezzo ai disturbi Ni1 ed Ni2 si impieghi un sistema a rivelazione di energia. In questa applicazione le tensioni in uscita dai due sensori dovranno prima essere sommate e successivamente rivelate ed integrate così come è mostrato in figura 9.25.

In questa soluzione circuitale all'ingresso del rivelatore avremo la somma delle potenze dei segnali correlati con la somma delle potenze dei rumori scorrelati secondo l'espressione:

$$V_{i.eff.} = \sqrt{4(Si)^2 + (Ni1)^2 + (Ni2)^2} \quad 9.9)$$



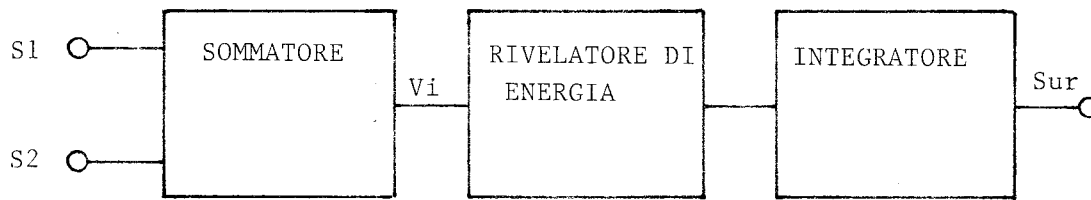


Figura 9.25 Rivelatore di energia

La tensione  $V_i$ , applicata al rivelatore, fornirà all'uscita dell'integratore una componente continua  $Sur$  dipendente sia da  $S_i$  che da  $N_i$ , così come risulta dalla formula:

$$Sur = \frac{K}{\sqrt{6.28}} \times V_{i.eff.} \quad 9.10)$$

dove  $K$  è il coefficiente di amplificazione del rivelatore di energia che assumiamo uguale ad 1.

All'uscita dell'integratore si formerà inoltre una varianza  $Nur$ , che si sovrapporrà a  $Sur$ , in base alla seguente espressione:

$$Nur = \frac{K}{8 \times 3.14 \sqrt{RC \times (F2 - F1)}} \times \sqrt{V_i} \quad 9.11)$$

Anche in questo caso, come per la correlazione, il valore di  $Nur$  decresce con l'aumentare di  $RC$ , per cui si può pensare di dimensionare opportunamente  $Ft$  sì da ridurre la varianza a valori trascurabili rispetto a  $Sur$ .

Con questa azione, che per il correlatore risolve completamente il problema della discriminazione del segnale in mezzo al disturbo, non si ha un significativo vantaggio nel caso del rivelatore di energia. Infatti la componente continua  $Sur$  del rivelatore è sempre data dalla somma sia

dei segnali che dei disturbi e quindi è problematico distinguere quanta parte di essa è dovuta ai segnali e quanta invece ai disturbi. L'unico modo per distinguere la presenza dei segnali in mezzo ai disturbi consiste nel poter paragonare la Sur d'uscita dall'integratore quando sono presenti soltanto i disturbi con la Sur d'uscita dovuta ai segnali più i disturbi.

Se ciò è possibile, nel caso dei soli disturbi il livello di Sur sarà:

$$\text{Sur} = \frac{1}{\sqrt{6.28}} \sqrt{1 + 1} = 0.56 \text{ Vcc.}$$

nel caso dei segnali più i disturbi il livello di Sur sarà:

$$\text{Sur} = \frac{1}{\sqrt{6.28}} \sqrt{4(0.32)^2 + 1 + 1} = 0.62 \text{ Vcc.}$$

Dalla differenza tra i due livelli di Sur, si dovrà evidenziare la presenza del segnale; operazione non facile dato il modesto incremento percentuale che i segnali provocano sulla componente continua dovuta ai disturbi.

Da quanto abbiamo visto risulta chiaro perciò che i due metodi di discriminazione del segnale sono molto diversi tra loro e che con la correlazione si possono ottenere risultati che non sempre sono possibili con i sistemi tradizionali di rivelazione. La correlazione si presta alla discriminazione dei segnali in qualsiasi situazione operativa, la rivelazione necessita invece di alcune condizioni che consentano il confronto tra due diverse situazioni; condizioni che non sempre possono essere realizzabili.

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- 1) Texas Instruments TI-68  
Manuale d'uso -1989
- 2) J.Faran-R.Hills  
Correlators for signal reception.  
Acoustics Res.Lab.Harvard University-September 15/1952
- 3) Y.W.Lee-C.A.Stutt  
Statistical prediction of noise.  
Res.Lab. of El.M.I.T July 12/1949
- 4) Y.W.Lee-T.P.Cheatham-J.B. Wiesner  
The application of correlation functions in the detection of  
small signal in noise.  
Res.Lab. of El.M.I.T. October 13/1949
- 5) A.Rakowski  
The application of the autocorrelation method to the spectral  
analysis of sound records.  
King's College,Newcastle upon Tyne 1960
- 6) G.Potier  
Les lignes a retard et leur utilisation.  
Imprimeud Librairie 55 Gauthier-Villars Paris 1953
- 7) G.Korn  
Random Process Simulation and Measurements.  
Mc.Graw-Hill 1966
- 8) R.J.Urick  
Principles of Underwater Sound.  
McGraw-Hill 1983
- 9) A.G.Lloyd  
90 degree phase-difference networks are simply.  
Electronic Design 19 Sept.1976
- 10) R.B.Dome  
Wideband phase shift networks.  
Electronics Dec. 1946

- 11) Nato Advanced Study Institute  
Signal Processing.  
Centre D'etude de Grenoble 14-16 Sett. 1964
- 12) C. Del Turco  
Sul calcolo del minimo numero dei fasci preformati per il  
sonar.  
Rivista Tecnica Selenia Vol.11 n.3 1990
- 13) Terman  
Manuale di Ingegneria Radiotecnica.  
Martello 1960
- 14) P.F.Panter  
Modulation noise and spectral analysis.  
McGraw.Hill 1965
- 15) Karman e Biot  
Metodi matematici nell'ingegneria.  
Einaudi 1951
- 16) G.Cariolaro  
Teoria dei segnali-Parte 1.  
Coop.Libreria Editrice Clemp
- 17) A.I.Zverev  
Handbook of filter synthesis.  
J.Wiley-Sons 1967
- 18) A.Papoulis  
The Fourier Integral and its Applications.  
McGraw.Hill 1962
- 19) Melvin J.Jacobson  
Analysis a multiple receiver correlation system.  
J.A.S.A Vol.29 n.12 Dec.1957
- 20) H.Stenzel  
Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgangen.  
Published by J.W.Edwards Brother,Inc. Michingan USA 1944