

## CAPITOLO 6

### SISTEMI MULTIPLI DI CORRELAZIONE

#### 6.1 SULLA NECESSITA DEI SISTEMI MULTIPLI DI CORRELAZIONE

L'impiego dei correlatori mostrati nelle figure 2.9 e 2.16 , pur consentendo di misurare con accuratezza le funzioni di correlazione dei segnali  $f(t)$ , non si adattano ad applicazioni dinamiche a causa della risposta lenta dei correlatori al variare di  $r$ .

Questa caratteristica è dipendente, come già spiegato nel paragrafo 2.2.3 , dalla frequenza di taglio  $F_t$  dell'unità integratore che deve essere opportunamente dimensionata per ridurre la varianza entro i limiti richiesti.

Se le misure di correlazione devono essere eseguite in tempi molto brevi, e contemporaneamente il valore della varianza deve essere molto piccolo si devono adottare i "SISTEMI MULTIPLI DI CORRELAZIONE".

Questi dispositivi, in via di principio, sono derivabili dai correlatori analogici e digitali che abbiamo esaminato in precedenza.

Evidenti ragioni di costo ed ingombro consigliano però che il circuito base di partenza sia quello digitale data la sua semplice ed economica struttura.

#### 6.2 STRUTTURA DI UN SISTEMA MULTIPLO DI CORRELAZIONE DIGITALE

Il sistema di correlazione multiplo è un insieme di  $N$  correlatori digitali ciascuno predisposto per calcolare la  $C(r)_{x1,2}$  per un ben determinato valore di  $r$  fisso ed immutabile.

Ciascuno degli  $N$  correlatori è dotato della propria unità di integrazione, calcolata uguale per tutti.

Tutti gli  $N$  correlatori hanno in comune un'unica unità di ritardo.

L'uscita degli N correlatori è scandita velocemente nel tempo da un apposito commutatore elettronico che serializza gli N valori di  $C(r)_{x1,2}$  in modo da consentirne la visualizzazione su di un oscilloscopio opportunamente sincronizzato.

Lo schema a blocchi di un sistema multiplo è riportato in figura 6.1

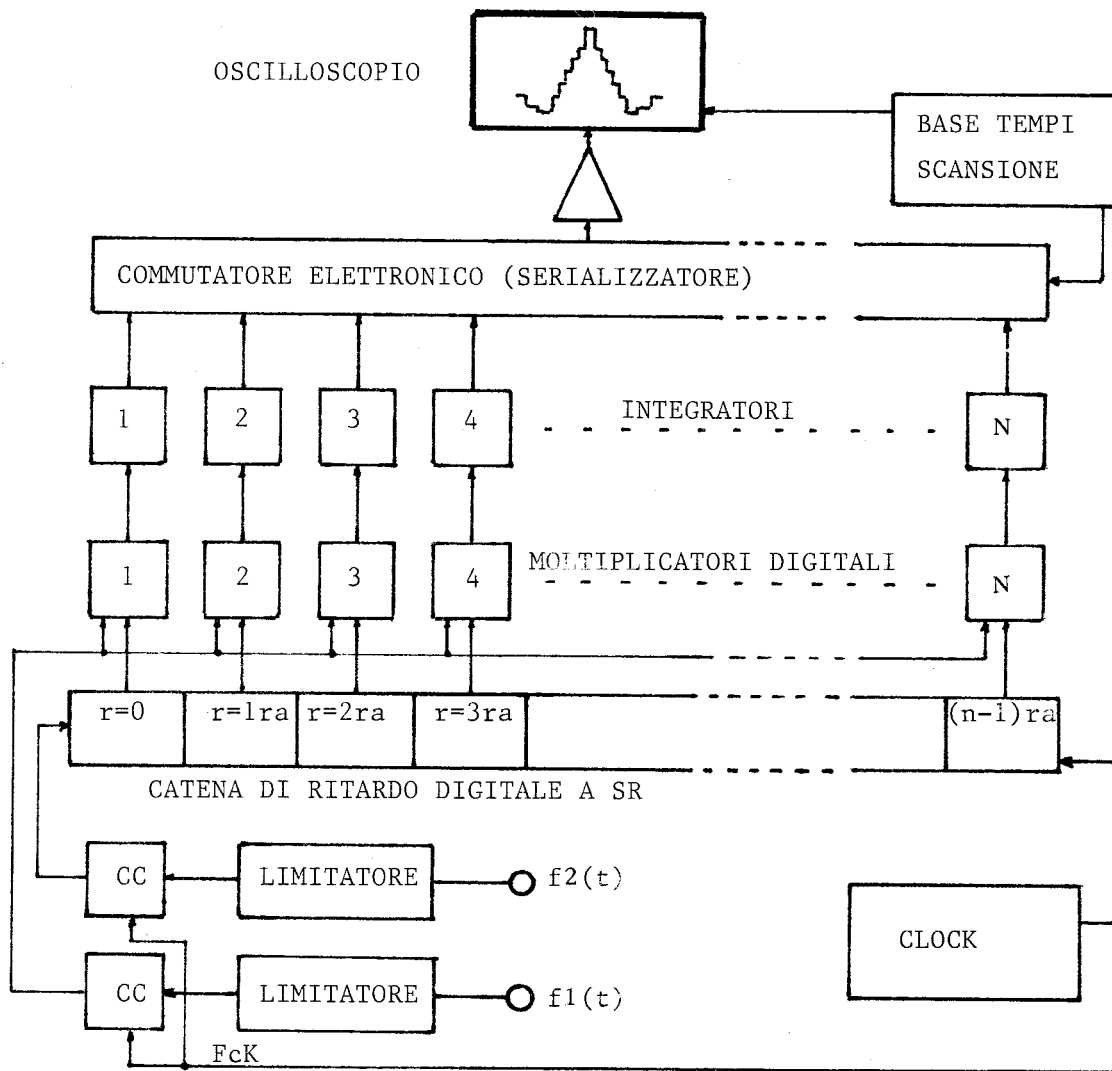


Figura 6.1 Schema a blocchi del correlatore multiplo

Nello schema si osserva che la grandezza del tempo  $f_2(t)$  è applicata, tramite un limitatore e la cellula di campionamento (CC), all'ingresso

della catena di ritardo digitale unica che la presenta agli N moltiplicatori digitali rispettivamente ritardata di  $r=0$ ;  $1r_a$ ;  $2r_a$ ;  $3r_a$ ;  $4r_a$ ; .... $(n-1)r_a$ .

La seconda grandezza del tempo  $f_1(t)$  è applicata, tramite un limitatore e la cellula di campionamento (CC), simultaneamente a tutti gli altri ingressi dei moltiplicatori digitali. Non è presente il blocco di compensazione dato che è previsto il ritardo  $r=0$ . All'uscita di ciascun moltiplicatore è collegato il rispettivo circuito integratore; tutti gli integratori sono dimensionati per la stessa frequenza di taglio  $F_t$ .

Le tensioni in uscita dagli N integratori, che rappresentano rispettivamente le funzioni di correlazione:

$$C(r=0)_{x1,2}$$

$$C(1r_a)_{x1,2}$$

$$C(2r_a)_{x1,2}$$

$$C(3r_a)_{x1,2}$$

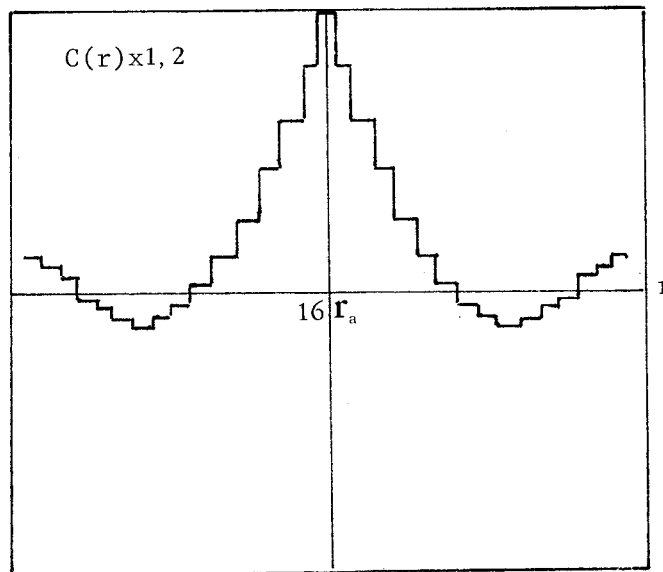
⋮

$$C[(n-1)r_a]_{x1,2}$$

sono applicate ad un commutatore elettronico (SERIALIZZATORE), che consente di ottenere all'uscita gli N valori delle  $C(r)_{x1,2}$  in forma serializzata, ciascuno per un tempo costante da definire. Il comando del serializzatore perviene da una base di tempi esterna opportunamente predisposta.

Per rendere più chiaro il funzionamento del sistema di correlazione multiplo supponiamo di misurare la funzione di correlazione incrociata tra  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  nell'ipotesi che entrambe siano definite in una banda di frequenze comprese tra 0 ed  $F_1$  e che abbiano il massimo grado di interdipendenza per un ritardo pari a  $16r_a$ . In questo caso l'uscita del serializzatore si presenterà, su di un oscilloscopio opportunamente sincronizzato, come mostrato in figura 6.2, dove la  $C(r=0)_{x1,2}$  sarà presentata da 0 a  $1t_0$  mSec. della scansione; la  $C(1r_a)_{x1,2}$  da  $1t_0$  mSec a  $2t_0$  mSec. della scansione; la  $C(2r_a)_{x1,2}$  da  $2t_0$  mSec. a  $3t_0$  mSec. della scan-

sione ; ... la  $C[(n-1)r_a]x_{1,2}$  da  $(n-1)t_0$  mSec. a  $nt_0$  della scansione.



*Figura 6.2  $C(r)x_{1,2}$  all'uscita del serializzatore*

E' evidente dalla figura che con questo sistema si può misurare istantaneamente, visualizzandola, la funzione di correlazione incrociata tra  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  che presenterà il suo massimo per  $r^*=16r_a$ .

Dato inoltre che l'azione del serializzatore è ciclica l'immagine di  $C(r)x_{1,2}$  resta fissa sullo schermo dell'oscilloscopio.

In questo caso se  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  hanno carattere stazionario gli integratori di uscita possono assestarsi al valore che compete alla  $C(r)x_{1,2}$  del singolo canale con il valore di varianza prescelto.

Con questo dispositivo si elaborano gli  $N$  punti della funzione di correlazione incrociata mediante  $N$  canali di correlazione indipendenti, ciascuno preposto al calcolo di  $C(r)x_{1,2}$  per un ben determinato valore di ritardo in modo tale che, con una relativa indipendenza da  $Ft$ , si possa ottenere con immediatezza la rappresentazione della correlazione incrociata tra  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  per tutti i valori voluti di  $r_a$ .

Se si desidera una maggiore definizione della funzione di correlazione incrociata si può ridurre il valore elementare di  $r_a$  in modo che i valori misurati di  $C(r)_{x1,2}$  siano più vicini tra loro; se si desidera esplorare un più ampio campo di valori di ritardo è necessario aumentare il numero dei canali di correlazione e la lunghezza della catena di ritardo digitale.

### 6.2.1 DEFINIZIONE DELLE VARIABILI PER I SISTEMI MULTIPLI

Per impostare un sistema multiplo di correlazione devono essere fissate le variabili che ne costituiscono le caratteristiche fondamentali:

- Le prime due variabili da definire sono il ritardo totale da esplorare e il più piccolo passo del ritardo  $r_a$ , con il quale si vuole analizzare la  $C(r)_{x1,2}$ .
- La terza variabile si riferisce al più piccolo valore del rapporto  $S_i/N_i$  che si prevede debba essere elaborato dal sistema.
- La quarta variabile è l'entità massima della varianza che si può accettare all'uscita del sistema.
- La quinta variabile è il tempo di esplorazione delle  $N$  uscite dei correlatori.

Un esempio numerico aiuterà il progettista ad impostare un sistema multiplo del tipo descritto:

Si considerino due grandezze del tempo  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  contenute in una banda di frequenze compresa fra 0 e 10000 Hz.

Supponiamo che  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  siano generate da un'unica sorgente e che  $f_1(t)$  sia ritardata di  $r^* = 20$  microsecondi rispetto a  $f_2(t)$ ; il massimo della  $C(r)_{x1,2}$  si evidenzierà pertanto per  $r=20$  microsecondi e la funzione di correlazione incrociata dovrà essere definita, per simmetria, tra  $r = 0$  e  $r = 20$  microsecondi a sinistra del massimo e tra  $r = 20$  microsecondi e  $r = 40$  microsecondi a destra del massimo per un inter-

vallo totale di 40 microsecondi.

In questo intervallo sarà ragionevole ricavare almeno 16 valori di  $C(r) \times 1,2$ ; ciò vuol dire che la catena di ritardo digitale dovrà avere 16 passi da  $r_s = 2,5$  microsecondi ciascuno.

Supponiamo inoltre che il minimo rapporto Si/Ni dei segnali di ingresso sia dell'ordine di  $-9$  dB. Pertanto se è necessario ad esempio che la  $C(r) \times 1,2$ , con  $Val. = 15V$ , sia sempre rivelabile sopra la varianza, questa, per quanto già spiegato nel paragrafo 4.4, dovrà essere contenuta entro circa 70 mVeff.

Per ottenere un valore di varianza di questa entità, con  $Val. = 15V$ , il valore di  $Ft$  dovrà essere calcolato come segue :

$$Nux = 70 \text{ mV} = \frac{15}{3.14 \sqrt{(6/7) \times 4 \times RC \times 10000}}$$

da cui

$$RC = \frac{(15/3.14)^2}{[(6/7) \times 4 \times 10000 \times 0.07^2]} = 0.13 \text{ Sec.} \quad (6.1)$$

$$\text{ed } Ft = 1/(6.28 \times 0.13) = 1.2 \text{ Hz}$$

Nel rispetto del teorema sulla campionatura, in base a  $Ft$ , fissiamo infine il tempo  $T_e$  di esplorazione delle uscite dei 16 correlatori in 17.4 mSec:

$$T_e \cong 1/(3Ft N) \quad (6.2)$$

### 6.2.2 ILLUSTRAZIONE DI UNA SOLUZIONE HARDWARE DI UN SISTEMA MULTIPLO DI CORRELAZIONE.

Il circuito che andiamo ad illustrare vuole implementare un sistema con le caratteristiche definite nel paragrafo precedente; il circuito è composto pertanto da:

- 16 moltiplicatori digitali;
- 16 unità di integrazione con  $Ft = 1.2 \text{ Hz}$

- 1 catena di ritardo digitale a SR. con 16 passi di ritardo da  $r_a = 2.5$  microsecondi
- 1 blocco di compensazione (BC) a SR da 2.5 microsecondi per consentire la misura di  $C(r=0)x$ .
- 2 limitatori;
- 2 cellule di campionamento;
- 1 clock con  $F_{cK} = 400000$  Hz; (passo di  $r=r_a = 1/F_{cK} = 1/400000 = 2.5$  microsecondi)
- 1 commutatore analogico 16 a 1 (multiplexer);
- 1 Base tempi per il comando del multiplexer, in grado di esplorare ciascuna uscita dei correlatori in  $t_o = 17.4/16$  mSec.;
- un traslatore di livello (A)

Il correlatore, mostrato in figura 6.3 , è così congegnato: i segnali  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  ed i disturbi  $N_1(t)$  e  $N_2(t)$  sono a livello tale da impegnare i due limitatori le cui uscite sono applicate ciascuna ad una cellula di SR (CC) tipo CD 4015 B per la campionatura di ingresso.

La campionatura avviene al ritmo imposto dal generatore di clock con  $F_{cK} = 400000$  Hz.

Il segnale  $f_2(t)$  ed il disturbo  $N_2(t)$ , campionati, sono applicati all'ingresso di una catena di ritardo a SR, da 16 cellule, costituita da due integrati tipo CD 4015 B disposti in cascata; tutti i comandi di clock delle 16 cellule sono collegati al generatore di clock sopra menzionato.

Il segnale  $f_1(t)$  ed il disturbo  $N_1(t)$ , dopo limitazione, sono campionati ed applicati contemporaneamente, dopo compensazione, ai 16 ingressi dei moltiplicatori logici realizzati con 4 chip CD4077 B, ciascun chip contiene 4 EXCLUSIVE-NOR; gli altri 16 ingressi dei CD4077 B sono collegati rispettivamente alle uscite 1, 2, 3...,16 della catena di ritardo digitale. Le uscite dei 16 EXCLUSIVE-NOR sono ciascuna collegata ad una cellula di integrazione RC ( $R = 100000$  ohm e  $C = 1.3$  microfarad), che realizza, secondo la 2.4), una  $F_t = 1.2$  Hz.





Le 16 uscite delle cellule di integrazione sono applicate ai corrispondenti ingressi di un multiplexer analogico 16/1 realizzato con un circuito integrato del tipo 4067. Il multiplexer scandisce le 16 tensioni dei correlatori a comando della sua base tempi che fornisce ciclicamente i bit di comando  $S_0, S_1, S_2, S_3$ , in modo che ogni uscita del correlatore viene prelevata per un tempo  $t_0$  di 1.08 mSec; si ha perciò una scansione completa dei 16 correlatori in 17.4 mSec.

La base tempi fornisce inoltre l'impulso di sincronismo per l'oscilloscopio di misura.

L'uscita del multiplexer viene traslata mediante il uA1 (LM308) opportunamente polarizzato dalla tensione del cursore di P1 .

In questa applicazione, per ovvie ragioni di semplicità, invece di avere 1 traslatore di livello per correlatore, come già mostrato nel paragrafo 2.3.3 , si è preferito 1 traslatore comune a tutti i 16 correlatori, dato che l'uscita di ciascuno si presenta in successione temporale con le altre uscite.

Infine l'uscita del traslatore comune è collegata all'oscilloscopio di misura opportunamente sincronizzato dall'impulso della base tempi di scansione.

#### **6.2.2.1 Metodo per il controllo e la regolazione del circuito multiplo di correlazione.**

Per il controllo e la regolazione del circuito di correlatori multipli si deve procedere come segue:

A) Per il controllo e la regolazione del livello di zero si deve procedere, come già indicato al paragrafo 3.3.1 a proposito dei singoli correlatori digitali, escludendo i due limitatori e applicando agli ingressi del sistema digitale i segnali di due generatori pseudocaotici; in questo caso, regolando P1 si vedrà la traccia dell'oscilloscopio, contenente i 16 campioni della  $C(r)_{x1,2}$ , spostarsi fino a raggiungere il livello di tensione continua zero opportunamente già individuato sullo schermo

dell'oscilloscopio.

B) Per il controllo dinamico del sistema si dovrà applicare, contemporaneamente, agli ingressi del sistema invece che  $X_1(t)$  e  $X_2(t)$  un'onda rettangolare alla frequenza di 13333 Hz.

Se tutto il sistema funzionerà correttamente, sull'oscilloscopio comparirà una scalinata così come è mostrato in figura 6.4.



*Figura 6.4*  
*Risposta di controllo*  
*del sistema*

### 6.3 L'INCREMENTO DELLA FINEZZA D'ANALISI DELLA $C(r)_{x1,2}$ NEI SISTEMI DI CORRELAZIONE MULTIPLA.

La funzione di correlazione incrociata che il sistema multiplo è in grado di evidenziare, essendo realizzata per un numero discreto di passi di ritardo, può evidenziare il massimo della  $C(r)_{x1,2}$  soltanto se il ritardo tra la  $f_1(t)$  e la  $f_2(t)$  coincide con uno degli  $N$  ritardi della catena digitale. Se per caso il ritardo tra  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  non coincide con uno dei ritardi della catena l'indicazione della  $C(r)_{x1,2}$  non può corrispondere al massimo della funzione di correlazione incrociata  $C(r)_{x1,2}$  VERA che presupporrebbe invece che la catena digitale generasse proprio il valore di ritardo  $r^*$  esistente tra le due grandezze del tempo.

In molti casi la differenza di ampiezza tra la  $C(r)_{x1,2}$  misurata a passi discreti e la  $C(r)_{x1,2}$  VERA non crea alcun problema e il dispositivo di

correlazione multipla assolve egregiamente al suo scopo.

In alcune applicazioni particolari, invece, il non poter determinare con assoluta precisione la  $C(r)_{x1,2}$  VERA non è accettabile per l'indagine fisica che deve essere espletata.

In queste circostanze le possibili soluzioni sono due:

A) Costruire un sistema multiplo di correlazione con un valore di  $N$  molto elevato, in modo che i passi di ritardo della catena digitale siano estremamente piccoli, tali da consentire praticamente di centrare comunque il valore di ritardo cercato per la misura della  $C(r)_{x1,2}$  VERA. Questo metodo è senz'altro realizzabile, ma richiede un notevole ampliamento del sistema che, sia in termini di costo, che di ingombro, non è sempre accettabile.

B) Eseguire sulle tensioni di  $C(r)_{x1,2}$ , all'uscita del traslatore di livello, una opportuna azione di interpolazione in grado di ricostruire, anche se i ritardi della catena digitale non sono in numero molto elevato, la  $C(r)_{x1,2}$  VERA.

Questa seconda possibilità non autorizza però a fissare  $N$  a piacere; infatti il numero dei canali di correlazione deve comunque essere determinato in dipendenza dalle caratteristiche della  $C(r)_{x1,2}$ .

Da quanto è stato ora detto risulta chiaro che la soluzione A) può risolvere il problema che ci siamo posti soltanto se l'elevazione del valore di  $N$  può stare entro limiti ragionevoli.

La soluzione B) invece apre una strada, concettualmente molto più complessa della precedente, che però consente di risolvere sempre il problema in modo soddisfacente.

### **6.3.1 IL METODO DELL'INTERPOLAZIONE NEI SISTEMI DI CORRELAZIONE MULTIPLA.**

Il metodo si basa sull'esame della funzione di correlazione incrociata

delle grandezze del tempo  $f_1(t)$  ed  $f_2(t)$  che il sistema multiplo di correlazione potrebbe fornire in uscita qualora fosse dotato di infiniti correlatori, cioè per  $N = \infty$ .

Questa affermazione può lasciare perplessi; ma tutto il ragionamento parte da questa considerazione ai limiti.

Supponiamo pertanto di poter disporre di un sistema con  $N = \infty$ , in questo caso l'uscita del serializzatore non sarebbe più un'onda a scalini come quelle di figura 6.2, ma praticamente si presenterebbe come un'onda ad andamento continuo, vedi figura 6.5, così come è la  $C(r) \times 1,2$  ottenuta mediante lo sviluppo della nota formula  $C(r) \times 1,2$  indicata nella 1.18) e riportata in figura 6.5 in funzione del ritardo  $r$ , e nella figura 6.6 in funzione del tempo di scansione  $t$ .

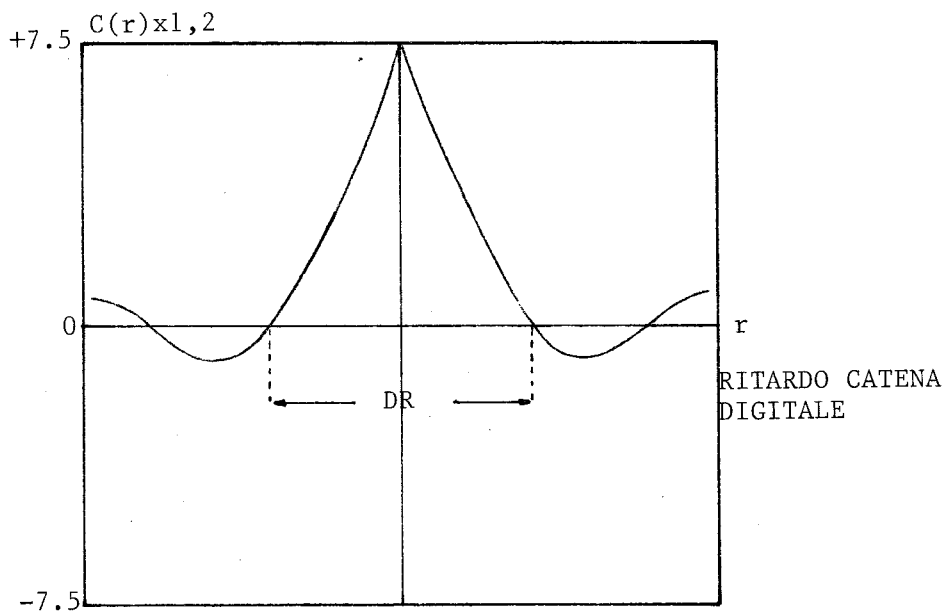
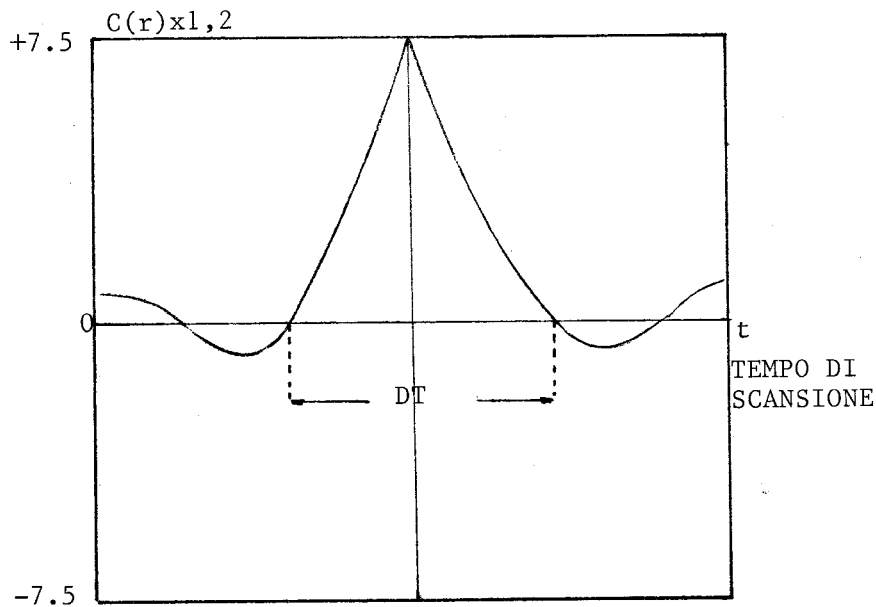


Figura 6.5  $C(r) \times 1,2$  funzione di  $r$

La differenza tra le due curve, la teorica ora ricordata, e quella ideale di figura 6.6 presentata sull'oscilloscopio, sta nel fatto che la prima è una funzione che dipende soltanto dal ritardo  $r$  introdotto dalla catena

digitale, mentre la seconda, pur avendo lo stesso profilo e dipendendo anch'essa da  $r$ , è una funzione che è legata al tempo reale che il serializzatore impiega a scandire tutti gli  $N$  correlatori.

La comparazione tra la coppia di curve di figure 6.5 e 6.6 aiuta a comprendere meglio la variazione di ascisse:



*Figura 6.6  $C(r) \times 1,2$  funzione del tempo di scansione*

Come si vede infatti le due curve sono identiche, ma le variabili indipendenti sono diverse pur esistendo un legame biunivoco tra  $r$  e  $t$ .

A questo punto se si fissa un tempo di scansione tale, ad esempio, che  $Dt$ , intervallo tra i primi due zeri della curva di figura 6.6, sia 10 m Sec. si può valutare con una semplice formula approssimativa qual è la frequenza massima dello spettro della funzione di figura 6.6 :

$$F_{\max} \cong 1/Dt = 1/0.01 = 100 \text{ Hz}$$

Ciò significa che la parte più significativa dello spettro della funzione disegnata in figura 6.6 si estende con ragionevole approssimazione da zero fino a 100 Hz.

Ora per proseguire nel ragionamento si deve ricorrere al teorema della campionatura di NYQUIST che prevede, per la riproduzione di un segnale campionato, che la frequenza di campionatura  $F_c$  sia superiore al doppio della massima frequenza del segnale da campionare; nel nostro caso, date le approssimazioni fatte nel calcolo della  $F_{max}$  è ragionevole scrivere:

$$F_c = 3 F_{max} = 300 \text{ Hz}$$

Questo risultato ci dice che i campioni devono essere cadenzati ad intervalli di  $1/(300 \text{ Hz}) = 3.33 \text{ mSec}$ .

E' immediato ora stabilire quanti campioni di  $C(r)_{x1,2}$  devono essere contenuti in  $Dt$ :

$$n = Dt/3.33 \text{ mSec} = 10 \text{ mSec.}/3.33 \text{ mSec.} \cong 3 \text{ campioni} \quad (6.3)$$

dato però che a  $Dt$  nella funzione del tempo di scansione corrisponde un  $Dr$  in microsecondi nella funzione del tempo di ritardo  $r$  i passi della catena digitale dovranno essere dell'ordine di :

$$Dr/3 \text{ microsecondi}$$

ora in base all'intervallo di ritardo che si vuole esplorare, supponiamo 150 microsecondi, il numero totale dei correlatori del sistema sarà:

$$N = 150/(Dr/3) = 450/Dr \quad (6.4)$$

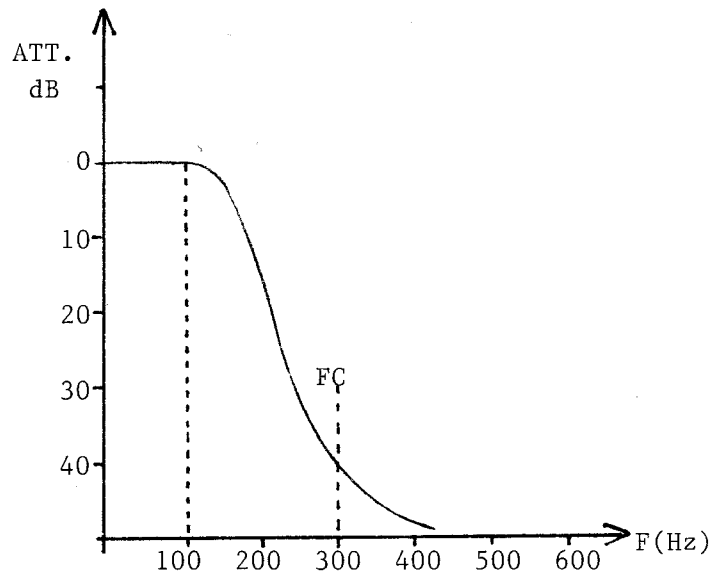
Se supponiamo ad esempio che  $Dr$  sia 30 microsecondi si avrà

$$N = 450/30 = 15$$

questo risultato stabilisce quindi, secondo il criterio che abbiamo seguito , da quanti correlatori deve essere formato il sistema multiplo.

A questo punto per completare il nostro lavoro dobbiamo dimensionare l'elemento che ci consente di ricostruire la  $C(r)_{x1,2}$ , in uscita dal correlatore multiplo, mediante la tecnica della ricostruzione dei segnali campionati, vedi Rif.bibliografico n.16. L'elemento in questione è un semplice filtro passa basso in grado di attenuare molto efficacemente tutte le frequenze superiori alla frequenza massima utile,  $F_{max}=100\text{Hz}$ ,

per l'eliminazione delle "ripetute" dovute alla campionatura; la curva di risposta di questo filtro è tracciata indicativamente nella seguente figura 6.7



*Figura 6.7 Curva di risposta del filtro di interpolazione*

Ora sarà sufficiente disporre all'uscita del traslatore di livello del sistema di correlazione multiplo il filtro passa basso così caratterizzato per poter vedere alla sua uscita, sull'oscilloscopio, i valori massimi delle  $C(r)_{x1,2}$  per qualsiasi valore di  $r$  purchè questo avvenga entro la lunghezza della catena digitale.

Il processo di interpolazione ci consente quindi di ricostruire infinite  $C(r)_{x1,2}$  per infiniti valori di  $r$  pur disponendo soltanto, nel nostro esempio, di 15 cellule di ritardo a passi di  $D_r/3 = 30/3 = 10$  microsecondi ciascuna.

All'uscita del filtro di interpolazione non troveremo più la forma d'onda a scalini di figura 6.2, ma una curva continua che sarà molto simile alla  $C(r)_{x1,2}$  calcolata.

Lo schema del filtro di interpolazione collegato al traslatore può essere quello mostrato in figura 6.8:

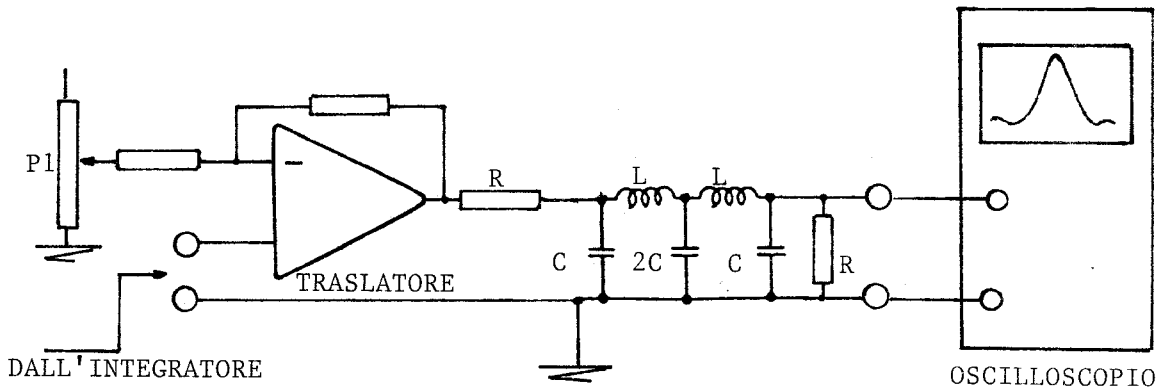


Figura 6.8 Filtro di interpolazione

Il calcolo degli elementi passivi è molto semplice e si realizza mediante le seguenti formule (vedi Rif.bibliografico n.13) :

$$L = \frac{R}{3.14 \times F} \quad C = \frac{1}{6.28 \times F \times R} \quad (6.5)$$

Nel nostro esempio, ponendo  $R = 1000$  ohm si ha:

$$L = \frac{1000}{3.14 \times 100} = 3.18 \text{ H}$$

$$C = \frac{1}{6.28 \times 100 \times 1000} \cong 1.6 \text{ Microf.}$$

$$2C \cong 3.2 \text{ Microf.}$$



E' necessario puntualizzare, per concludere l'argomento, che è possibile realizzare filtri che consentono migliori precisioni di interpolazione avendo caratteristiche di attenuazione fuori banda molto più ripide di quello mostrato nell'esempio; il calcolo di questi quadripoli, data la loro complessità, non può essere affrontato in questa sintetica descrizione, si rimanda pertanto il lettore alla bibliografia disponibile nel testo (Rif. bibliografico n. 17).

### **6.3.1.1 Nota sulla precisione del sistema di interpolazione**

Il metodo che abbiamo illustrato, pur consentendo di ottenere risultati soddisfacenti, non è adatto a stabilire con quale precisione si può ottenere l'interpolazione e per conseguenza con quale margine di errore può essere valutato il valore di  $r^*$ .

Se la  $C(r)_{x1,2}$ , a causa della presenza di rumore inquinante, non presenta la cuspidè caratteristica si può tentare di applicare una particolare procedura di calcolo per la valutazione dell'errore nella determinazione di  $r^*$  in dipendenza del numero  $N$  dei canali di correlazione.

Il sistema di algoritmi, che per la sua complessità non può far parte di questa sintetica nota, potrà essere utilizzato, in alcuni casi, per la soluzione di questo interessante problema seguendo la traccia indicata nel Rif. bibliografico n.12.

## **6.4 NOTE SULLE CAPACITÀ DI DISCRIMINAZIONE DI UN SISTEMA MULTIPLO DI CORRELAZIONE**

### **6.4.1 INTRODUZIONE**

Nel paragrafo 4.6 del capitolo 4 abbiamo definito il significato di differenziale di riconoscimento e siamo riusciti a mostrare, mediante calcoli e tabelle, la capacità di discriminazione di un correlatore digitale, che in teoria è in grado di rilevare, con una  $P_{riv} = 20\%$ , un segnale  $S_i$  an-

che quando questo è coperto da un disturbo 10 volte più grande cioè con  $(S_i/N_i)_{dB} = -20$  dB.

Questa capacità operativa, se un singolo correlatore digitale è accuratamente progettato e i suoi limitatori non raccolgono segnali interferenti, è cosa ragionevolmente realizzabile.

Una situazione diversa si presenta invece nel caso di sistemi di correlatori multipli dato che ciascun canale, per diversi motivi, non può essere elettricamente identico agli altri.

Su questa strada procederemo ad una interessante analisi che mostrerà come un sistema di correlazione multiplo difficilmente può avere lo stesso differenziale di riconoscimento di una singola unità digitale di correlazione.

#### 6.4.2 ESAME NUMERICO DEI LIVELLI IN UN CORRELATORE DIGITALE SINGOLO.

Il diverso comportamento tra correlatori singoli e insiemi di correlatori si può evidenziare iniziando un'analisi sul funzionamento dei primi.

Applicando la 4.6) sotto riportata è facilmente calcolabile la tensione all'uscita di un correlatore digitale singolo in dipendenza del rapporto  $S_i/N_i$  all'ingresso dei limitatori.

$$C(r)_{x1,2} = (\text{Val.}/3.14) \text{ Arcsen} \frac{1}{1+(N_i/S_i)^2}$$

Se gli EXCLUSIVE-NOR del correlatore sono alimentati con  $\text{Val.} = 5V$  si può costruire la seguente tabella dove  $S_i/N_i$  è espresso in dB,  $N_i/S_i$  in termini adimensionali e  $C(r)_{x1,2}$  in mV c.c.:

Si/Ni (dB)	Ni/Si	C(r)x1,2 mV c.c.
$\infty$	0	2500
- 2	1.3	631
- 4	1.6	462
- 6	2	320
- 8	2.5	219
-10	3.2	145
-14	5	61
-16	6.3	39
-18	7.9	25
-20	10	16
-22	12.6	10
-24	15.8	6
-26	19.9	4
-28	25.1	2.5
-30	31.6	1.6

dalla quale si osserva che la  $C(r)x_{1,2}$  varia da 2500 mVcc, per Si in assenza di disturbo, a 1.6 mV per  $(Si/Ni)dB = -30$  dB.

Per i livelli più piccoli di  $C(r)x_{1,2}$ , al di là della probabilità P.riv di discriminare la  $C(r)x_{1,2}$  immersa nella varianza, emerge una significativa problematica tecnica; riuscire ad apprezzare ad esempio per il livello più basso un valore di  $C(r)x_{1,2} = 1.6$  mV rispetto al livello di zero che, come abbiamo già avuto occasione di vedere nel paragrafo 3.3.1.1 in merito alla taratura dei singoli correlatori digitali, può essere spostato di alcuni millivolt in più o in meno rispetto allo zero teorico.

Da questa disamina già si vede che i livelli di  $C(r)x_{1,2}$  per Si/Ni sotto i -22 dB non sono già più apprezzabili all'uscita di un correlatore digitale nemmeno se la varianza fosse nulla.

Qualche miglioramento si potrebbe ottenere portando la tensione  $V_{al}$ , nel caso di circuitazione digitale di tipo CMOS, a +15 V, in questo modo i livelli di  $C(r) \times 1,2$  riportati in tabella assumerebbero valori 3 volte tanto e il limite precedente  $(S_i/N_i)_{dB} = -22$  dB si sposterebbe a  $(S_i/N_i)_{dB} \cong -26$  dB.

### 6.4.3 ESAME NUMERICO DEI LIVELLI IN USCITA DA UN CORRELATORE DIGITALE MULTIPLIO.

In questo caso ci troviamo di fronte non più ad un singolo correlatore ma ad  $N$  circuiti di correlazione che, sia per le tolleranze sui singoli chip, sia per differenza sulla circuitazione accessoria non possono garantire che al livello zero di  $C(r) \times 1,2$  (per  $S_i/N_i = 0$ ) tutte le  $C(r) \times 1,2$  siano identiche.

Questa situazione porta come conseguenza che anche in assenza di segnale  $S_i$ , da rivelare, in presenza soltanto di  $N_i$  la serializzazione delle  $N$  uscite dei correlatori non è una tensione a livello uniforme uguale a 0, ma una successione di  $N$  scalini di ampiezza diversa che dipendono dal fatto che gli  $N$  correlatori non sono identici.

Quanto ora detto è mostrato chiaramente in figura 6.9 dove il DV indica la differenza massima tra le differenze degli  $N$  correlatori.

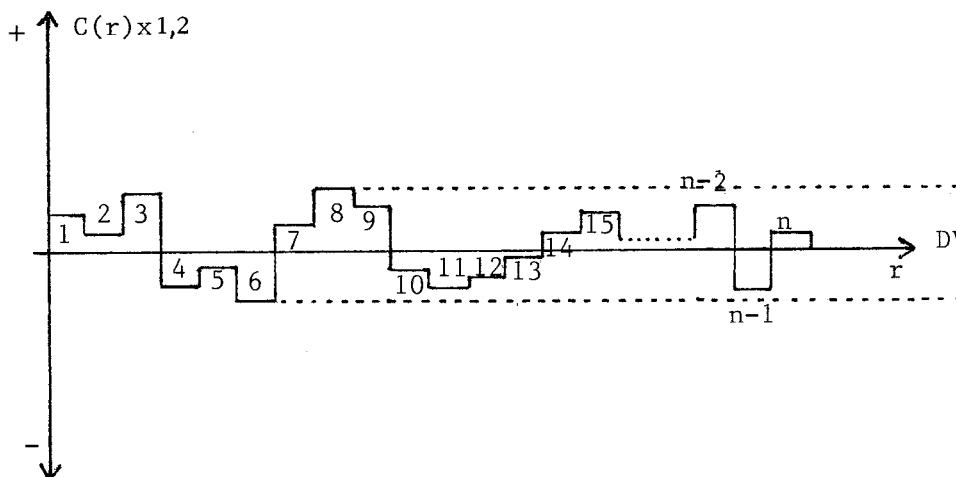


Figura 6.9  $C(r) \times 1,2$  di correlatori multipli per  $S_i/N_i = 0$

E' chiaro a questo punto che i calcoli che si possono fare sul differenziale di riconoscimento sono limitati da queste discontinuità; infatti non sarà certo possibile andare a misurare una  $C(r)_{x1,2}$  che a seguito del rapporto  $S_i/N_i$  può portare ad un valore di  $C(r)_{x1,2}$  inferiore o dello stesso ordine del DV ora evidenziato.

Prove di laboratorio su sistemi di correlazione multipla, equipaggiati con componenti industriali del tipo CMOS alimentati con Val. = 15 V hanno mostrato che, pur dedicando tutta la cura possibile alla messa a punto del sistema, il valore di DV, misurato su N canali di correlazione difficilmente può scendere sotto i 40 mV pp. Questo dato è significativo se comparato ad una nuova tabella, simile alla precedente, ma calcolata per Val. = +15V come segue:

Si/Ni (dB)	C(r)x mVc.c.
∞	7500
- 2	1897
- 4	1379
- 6	965
- 8	655
-10	435
-12	283
-14	183
-16	117
-18	75
-20	47
-22	30
-24	19
-26	12
-28	7.6
-30	4.8

dalla tabella si osserva che, affinché la  $C(r)_{x1,2}$  possa emergere dalle discontinuità naturali del sistema, indipendentemente dall'effetto della varianza che in questo caso volutamente trascuriamo, deve essere almeno nettamente superiore al DV di 40 mV; in questo caso la tabella ci indica, per  $C(r)_{x1,2} = 75$  mV un rapporto  $(Si/Ni)_{dB} = -18$  dB.

Ecco quindi che i calcoli del differenziale di riconoscimento non possono prescindere dalle caratteristiche costruttive del sistema che, in ogni caso, non consente di rivelare la presenza di Si in mezzo al rumore se la  $C(r)_{x1,2}$  ad esso corrispondente non è almeno di 75 mVcc.

In questi casi si deve pertanto assumere come differenziale intrinseco del sistema multiplo di correlazione  $(Si/Ni)_{dB} = -18$  dB ed in base al valore della costante di tempo dell'integratore, della banda dei segnali di ingresso, assunta P.fa = 10 % ricavare il corrispondente valore della P.riv.

Un semplice esempio può chiudere questo argomento:

Dati:  $(Si/Ni)_{dB} = -18$  dB pari a  $Si/Ni = 0.126$

$$RC = 1 \text{ Sec.}$$

$$F2-F1 = 3000 \text{ Hz}$$

$$P.\text{fa.} = 10 \%$$

si ha :

$$d = 2(F2-F1)RC(Si/Ni)^4 = 2 \times 3000 \times 1 \times (0.126)^4 = 1.5$$

che dalle curve ROC del paragrafo 4.6.1 conduce per:

$$d=1.5 \text{ e } P.\text{fa.} = 10 \% \text{ ad un valore di } P.\text{riv.} \cong 50 \% .$$

Si conclude quindi che, a causa dell'hardware, il differenziale di riconoscimento non potrà mai essere inferiore a -18 dB anche se si assumessero diversi valori per tutte le altre variabili in gioco.

## 6.5 INDAGINE SPERIMENTALE SU DI UN SISTEMA MULTIPLO DI CORRELAZIONE

Sono riportati in questo paragrafo i risultati di un'indagine sperimentale

tale condotta su di un dispositivo di correlazione digitale ( $N = 64$  punti di correlazione). Lo scopo della descrizione è quello di fornire dei dati utili al progettista che si accinge ad affrontare questa particolare problematica tecnica.

I segnali da elaborare sono del tipo  $f(t)$  e sono applicati al sistema digitale tramite limitatori. Il dispositivo di misura è formato dai blocchi circuitali indicati in figura 6.10 e qui sotto elencati:

- A) Gruppo dei generatori dei segnali (sinusoidale e di rumore) e dei filtri di banda.
- B) Catena di ritardo analogica di simulazione a prese multiple e sommatore
- C) Dispositivo di correlazione digitale con limitatori completo di sistema automatico di scansione (serializzatore) delle 64 tensioni di uscita dei correlatori.
- D) Oscilloscopio per la presentazione delle 64 uscite serializzate dei correlatori.

Il gruppo A dei generatori esterni e dei filtri di banda è formato da un generatore analogico di rumore ( $N_s + \text{Filtro}$ ) che simula il segnale da rivelare compreso nella banda 1-6 KHz; da due generatori di rumore analogici ( $N_1 + \text{Filtro}$ ) e ( $N_2 + \text{Filtro}$ ) che simulano il rumore scorrelato inquinante nella banda 1-6 KHz; da un generatore di segnali sinusoidali  $S_0$  che è necessario per il controllo generale della funzionalità di tutto il dispositivo di misura.

La catena di ritardo analogica di simulazione, opportunamente predisposta variando la posizione della presa multipla, simula il ritardo  $r^*$  dovuto ai diversi ipotetici percorsi del segnale che lascia la sorgente  $N_s$ . I sommatore all'uscita della catena consentono l'iniezione dei rumori perturbanti scorrelati nei diversi rapporti  $S_i/N_i$  necessari per le prove di discriminazione del segnale. Il correlatore è preceduto dai canali di ingresso che amplificano e limitano i segnali applicati prima di inviarli,

dopo campionatura, l'uno, ad un ramo di tutti i correlatori, l'altro, ad un registro a slittamento SR ( $r = 33.39$  microsecondi per cellula ) che pilota a sua volta i 64 rami dei correlatori digitali.

Ciascun correlatore è dotato di una costante di integrazione fissa 0.32 Sec.; le 64 uscite integrate vengono scandite nel tempo in modo da fornire all'uscita del traslatore di livello una stringa di valori di tensione per la presentazione dei 64 punti di correlazione sull'oscilloscopio; l'asse x dell'oscilloscopio è opportunamente comandata da un segnale sincrono con il sistema di scansione così da presentare in modo stabile sul TRC i 64 punti di correlazione.

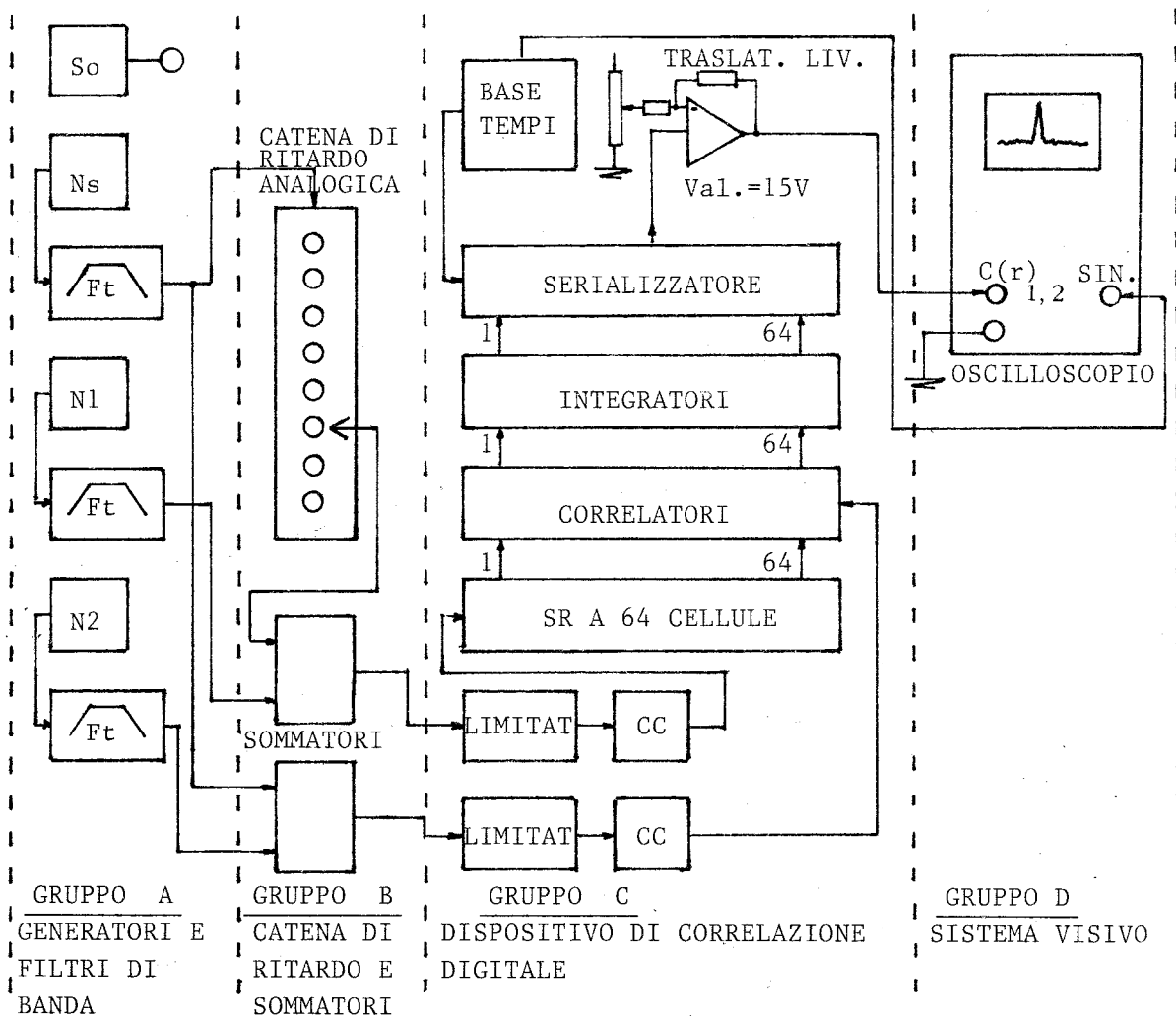


Figura 6.10 Schema a blocchi del dispositivo di misura



### 6.5.1 CONTROLLO DEL CIRCUITO DI MISURA

Le modalità di controllo che sono qui di seguito indicate per il dispositivo sperimentale possono essere applicate a qualsiasi dispositivo simile.

Per il controllo si è stabilito di lavorare con un segnale sinusoidale  $S_o$  a bassa frequenza, applicato al posto di  $N_s$  e del suo filtro, tale da occupare con la sua funzione di correlazione tutti i 64 correlatori tra il primo massimo e il primo minimo; naturalmente dovrà essere nullo il ritardo della catena di simulazione esterna e dovranno essere spenti tutti i generatori di rumore.

Essendo 33.39 microsecondi il ritardo elementare  $r$  degli SR che pilotano i 64 correlatori, il ritardo totale sarà:

$$33.39 \times 64 = 2136.96 \text{ microsecondi};$$

dato che per un segnale sinusoidale la  $C(r)_{x1,2}$  è rappresentata da:

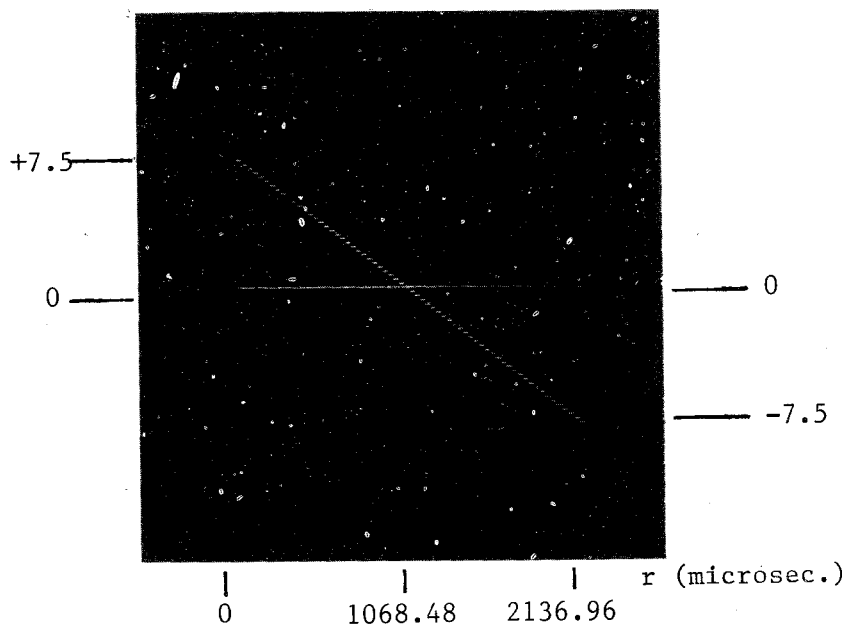
$$C(r)_{x1,2} = (\text{Val.}/3.14) \text{ Arcsen Cos } W r$$

con  $\text{Val.} = 15 \text{ Vcc}$  si ha un'onda triangolare il cui intervallo tra il primo massimo e il primo minimo coincide con metà del periodo della frequenza del segnale  $S_o$ , che, per impegnare i 64 correlatori, deve avere una frequenza pari a:

$$S_o = \frac{1}{(2 \times 2136.96 \times 10^{-6})} \cong 234 \text{ Hz.} \quad (6.6)$$

Applicando pertanto  $S_o = 234 \text{ Hz}$  si ottiene sull'oscilloscopio la  $C(r)_{x1,2}$  che si estende tra +7,5V e -7,5V interessando tutti e 64 correlatori così come è mostrato nella fotografia di figura 6.11.

Dalla fotografia si osserva che, grazie alla linearità della  $C(r)_{x1,2}$  è possibile stabilire a vista se tutti i 64 correlatori lavorano nel modo corretto e se le escursioni massime della  $C(r)_{x1,2}$  sono quelle calcolate (+/-7,5 V nel caso del dispositivo di prova).



*Figura 6.11 Fotografia della  $C(r)x_{1,2}$  in fase di controllo*

### 6.5.2 VERIFICA OPERATIVA DEL DISPOSITIVO SPERIMENTALE

La verifica operativa del dispositivo sperimentale di correlazione che sarà ora indicata potrà essere applicata anche a sistemi di correlazione multipli con  $N$  qualsiasi con le opportune attenzioni ai diversi parametri funzionali.

Per verifica del dispositivo si intende l'impiego dello stesso per evidenziare la correlazione incrociata esistente tra due segnali di rumore, applicati agli ingressi, simulanti una sorgente di segnale che perviene al correlatore. Per eseguire questa misura si impiega soltanto il generatore di rumore  $N_s$  con il suo filtro di banda, mentre gli altri generatori sono spenti.

Impostando con la catena di ritardo analogica esterna di simulazione un ritardo  $r^*$ , pari ad un numero intero (11) di cellule elementari degli SR, si trova la  $C(r)x_{1,2}$  piazzata con il suo max sull'undicesimo correlatore e con il profilo indicato nella fotografia riportata in figura 6.12.

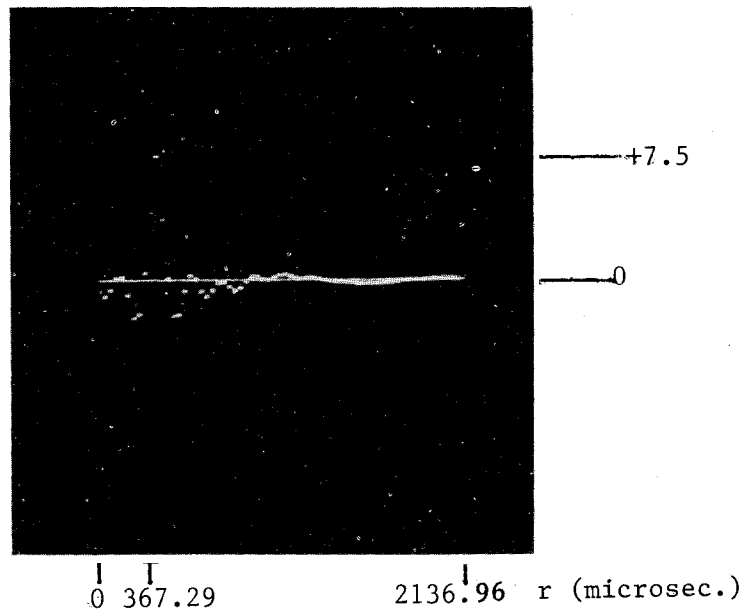


Figura 6.12 Fotografia di  $C(r^*) \times 1,2$

Il rapporto tra l'ampiezza max e le ondulazioni laterali è come noto dipendente dalla larghezza di banda del segnale applicato che, in questo caso, è definita tra 1000 e 6000 Hz. Variando il ritardo  $r^*$  si può piazzare il max di  $C(r) \times 1,2$  tanto su di un qualsiasi correlatore che tra due correlatori adiacenti.

### 6.5.3 DISCRIMINAZIONE DEL SEGNALE IN FUNZIONE DEL RAPPORTO $S_i/N_i$

Il dispositivo sperimentale consente un esame del suo potere di discriminazione sul segnale in funzione del rapporto  $S_i/N_i$ ; naturalmente le osservazioni e le misure eseguite, grazie alla stazionarietà della interdipendenza tra i segnali di ingresso, sono favorite da incrementi delle costanti di tempo di integrazione d'uscita.

Le misure sul sistema sperimentale si eseguono secondo lo schema di figura 6.10 con  $S_0$  spento e i tre generatori di rumore accesi.

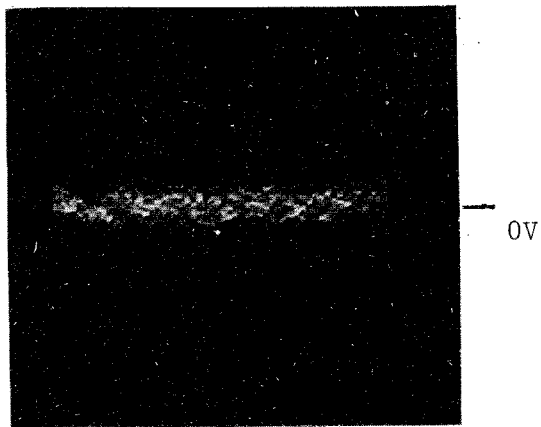
Regolando opportunamente i generatori N1 ed N2 si possono ottenere i valori voluti del rapporto Si/Ni; impostando un valore di ritardo  $r^* = n \times 33.39$  microsecondi nella catena analogica esterna pari ad un numero intero di cellule, si può piazzare la C(r)x1,2 su di uno dei 64 correlatori. Nelle misure si è posto  $n=11$  ed (Si/Ni)dB secondo i valori indicati nella tabella seguente. A fianco dei valori di (Si/Ni)dB sono riportati i valori di tensione calcolati per il max di C(r)x1,2

Si/Ni (dB)	C(r)x1,2 Vcc
$\infty$	7.5
- 8	0.65
-10	0.43
-12	0.28
-14	0.18

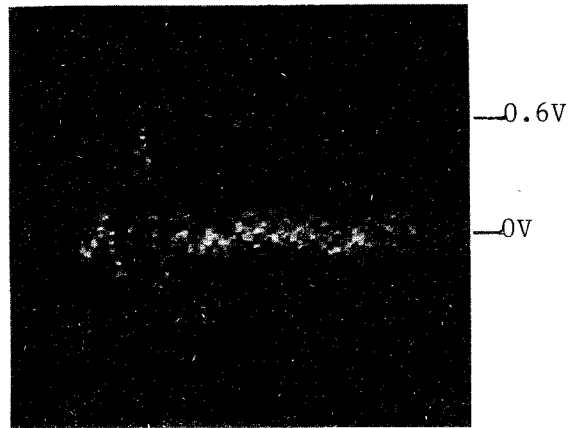
Nella figura 6.13 sono mostrati i risultati delle prove nella serie delle fotografie 0,1,2,3,4.

Nella fotografia 0 è mostrata la varianza all'uscita dei 64 correlatori in presenza del solo rumore perturbante (con Ns spento). Nelle fotografie 1,2,3,4 sono mostrate le C(r)x1,2 ottenute con i tre generatori di rumore accesi per i rapporti (Si/Ni)dB indicati nella tabella precedente. Nell'esaminare le fotografie si deve fare attenzione che, per necessità di esposizione della lastra fotografica, il tempo reale di integrazione, fissato all'interno del dispositivo di correlazione in 0.32 Sec., viene indirettamente aumentato ; infatti in 30 Sec. di esposizione della lastra, in base alla velocità di scansione, la costante di tempo complessiva è di circa 20 secondi. E' grazie a questo valore, sensibilmente elevato, che nella fotografia 4 si discrimina un segnale a -14 dB sotto il rumore con una probabilità di scoperta del 100 % senza alcun falso allarme.

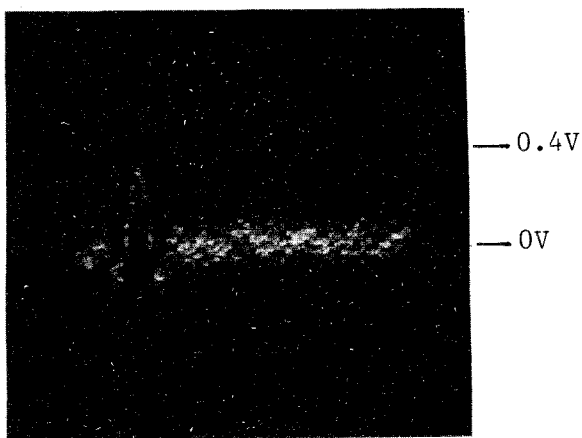
Nel caso di un esame visivo diretto della C(r)x1,2, su di un oscillo-



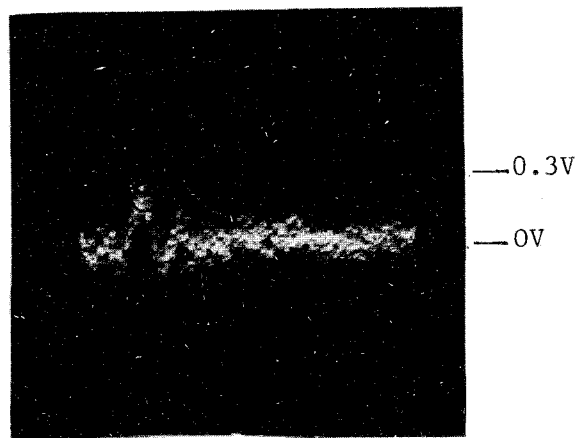
FOTOGRAFIA 0 Si/Ni = 0



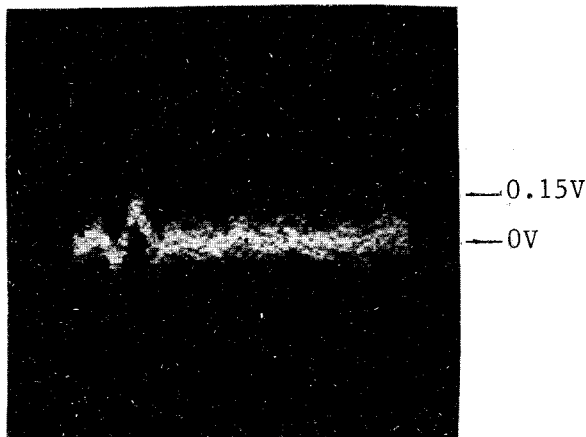
FOTOGRAFIA 1 Si/Ni = -8dB



FOTOGRAFIA 2 Si/Ni = -10dB



FOTOGRAFIA 3 Si/Ni = -12dB



FOTOGRAFIA 4 Si/Ni = -14dB

*N.B. Le fotografie non hanno tutte la stessa scala sull'asse y; i raffronti devono essere fatti soltanto in base ai valori delle tensioni indicate su ciascuna.*

*Figura 6.13 Fotografie di  $C(r^*)x1,2$  in diverse condizioni operative*

scopio con TRC a bassa persistenza, ci si trova invece di fronte ad un sistema a bassa costante di tempo (0.32 Sec.) per cui a bassi valori di Si/Ni diminuisce la probabilità di scoperta ed aumenta la probabilità di falso allarme. Nel caso di visione diretta è impossibile misurare i valori di P.riv. e P.fa.; questa operazione deve essere eseguita, in modo automatico, seguendo la procedura consolidata illustrata al paragrafo 4.6.2.5.

#### **6.5.4 CONCLUSIONI**

I semplici metodi di misura che sono stati impiegati per ottenere i rilievi mostrati nelle figure 6.11;6.12;6.13 ed i risultati stessi consentono di controllare qualsiasi sistema di correlazione multiplo nella consapevolezza che, in condizioni di stazionarietà della interdipendenza dei segnali applicati, il sistema deve fornire le stesse prestazioni che sono state ottenute dal dispositivo ora mostrato.

Per valori elevati di Si/Ni la  $C(r) \times 1,2$  dovrà essere discriminabile per il 100 % del tempo, mentre per i piccoli valori di Si/Ni si osserverà una netta riduzione della P.riv. ed un sensibile aumento della P.fa. (vedi paragrafo 4.6.2. ).

In ogni caso similmente ai risultati ricavati con il dispositivo sperimentale, ottenuti mediante una elevata costante di tempo di integrazione “fotografica”, si dovranno poter nettamente discriminare segnali con  $(Si/Ni)_{dB} = -14$  dB all’ingresso dei correlatori, disponendo l’apparato con costanti di tempo di integrazioni elevate .

### **6.6 CONSIDERAZIONI SU DI UN SISTEMA DI CORRELAZIONE MULTIPLA REALIZZATO MEDIANTE SOFTWARE**

#### **6.6.1 SUL TRATTAMENTO DEI SEGNALI TIPO $f(t)$ O $X(t)$**

Nel trattamento per correlazione multipla via software si possono implementare con relativa semplicità tanto i sistemi di correlazione di

tipo analogico che quelli di tipo digitale a differenza del trattamento hardware che è consigliabile sviluppare soltanto per via digitale.

Con i sistemi di elaborazione numerici due delle caratteristiche che più devono essere attentamente valutate, tanto che si debbano trattare segnali analogici che segnali a due stati, consistono nel massimo numero dei bit di macchina necessari e nell'eguaglianza dei canali di calcolo. Questi due importanti aspetti sono presi in esame nei paragrafi seguenti.

### 6.6.2 LA DEFINIZIONE DEL NUMERO DEI BIT DI MACCHINA

È noto che il costo, l'ingombro e la velocità di calcolo di un sistema numerico sono legati, oltre ad altri elementi, anche al numero dei bit di macchina; non è ragionevole pertanto realizzare un sistema a microprocessore dedicato esclusivamente a realizzare via software un sistema di correlazione multipla senza sviluppare a priori il calcolo del numero massimo dei bit necessari per la soluzione del caso specifico.

Il numero dei bit di macchina è dipendente dalla dinamica della  $C(r)$  o  $C(r) \times \cos$  così come cercheremo di mostrare con due semplici esempi intesi a chiarire questo problema :

A) Supponiamo di dover applicare ad una macchina da calcolo dei segnali del tipo  $f(t)$  variabili in ampiezza in un campo di valori dell'ordine di 30 dB. Ciò significa che i segnali potranno variare dal livello efficace= 1 al livello efficace= 30 e la  $C(r)$  dal livello 1 al livello 900 (vedi ad esempio la 1.9).

Ciò non implica soltanto che il numero  $D$  dei bit debba soddisfare la relazione :

$$2^D - 1 > 2 \times 900 \text{ unità}$$

valida tanto per il campo dei valori positivi che negativi della  $C(r)$ , che ci condurrebbe ad un valore di  $D=11$  bit ; ma implica un valore superiore di  $D$  dato che quando la  $C(r)$  è al minimo livello (nel nostro esem-

pio uguale ad 1 deve poter essere sempre definita da un ragionevole numero di livelli intermedi in grado di consentire il tracciamento della  $C(r)$  con un considerevole numero di punti ciascuno di livello nettamente inferiore ad 1. Se ad esempio riteniamo che la  $C(r)$  minima possa essere rappresentata con una serie di 20 livelli la dinamica effettiva affidata ai bit di macchina cresce di ben 20 volte ed il valore di D si ricava come segue :

$$2^D - 1 \gg 2 \times 900 \times 20 \text{ unità}$$

che porta a  $D=16$  bit.

B) Supponiamo di dover realizzare un sistema multiplo di correlazione per segnali a due stati tipo  $X(t)$ ; in questo caso il problema della dinamica dovuto ai segnali di ingresso non sarà presente dato che le  $X(t)$  saranno ottenute per limitazione dalle  $f(t)$ ; sorgerà però un altro problema legato al rapporto  $S_i/N_i$  dal quale dipende l'ampiezza della  $C(r)_x$  secondo la relazione che riportiamo :

$$C(r)_x = \frac{\text{Val.}}{3.14} \text{ Arcsen } \frac{1}{1+(N_i/S_i)^2}$$

Questa espressione nel caso di elaborazione numerica si trasforma mediante la sostituzione di Val., del correlatore digitale hardware, con

$(2^D - 1)^D$  nella seguente :

$$C(r)_x = \frac{2^D - 1}{3.14} \text{ Arcsen } \frac{1}{1 + (N_i/S_i)^2} \quad (6.7)$$

Se ora ipotizziamo che il più piccolo valore di  $(S_i/N_i)$ dB sia = -10 dB la  $C(r)_x$  può variare dal massimo valore uguale a :



$$C(r)x = (2^D - 1)/2$$

al minimo valore di

$$C(r)x = [(2^D - 1)/3.14] \times 0.091 = [(2^D - 1)/2] \times 0.058$$

con una dinamica pari  $1/0.058 \cong 25$  dB.

Se vogliamo però che la minima  $C(r)x$  sia rappresentata almeno da 14 livelli numerici la dinamica richiesta aumenterà da  $1/0.058$  a  $14/0.058$  pari a  $\sim 48$  dB, perciò il valore di  $D$  sarà dato da

$$2^D - 1 > 241 \text{ da cui } D=8 \text{ bit.}$$

Le osservazioni in merito al numero minimo dei bit di macchina che abbiamo ora fatto valgono naturalmente anche per la correlazione software ad un solo canale di cui abbiamo trattato nel paragrafo 2.3.6.

### 6.6.3 L'EGUAGLIANZA DEI CANALI NUMERICI DI ELABORAZIONE

Gli  $N$  canali di elaborazione numerica dovranno essere uguali tra loro entro una fascia comprendente un numero di unità nettamente inferiore al numero di unità che definisce la più piccola  $C(r)x$  che deve essere discriminata.

Se per esempio la minima  $C(r)x$  è definita con 14 unità, così come nell'esempio del paragrafo precedente, l'uniformità dei canali numerici dovrà essere contenuta in una fascia di 1 unità per consentire l'apprezzamento pieno della funzione di correlazione in condizioni del peggiore rapporto  $S_i/N_i$  stabilito per il sistema.