

Il Sistema Sonar

Cap. 8 - Ottimizzazione dei parametri

8 - 0 - Introduzione

Un sistema Sonar è generalmente chiamato alle seguenti funzioni: rivelazione dei bersagli, misurazione dei parametri relativi ai vari bersagli rivelati.

Queste operazioni debbono compiersi in presenza di rumore, che è essenzialmente di due tipi: rumore (N) la cui potenza è funzione della banda (W) del ricevitore, e rumore (R) la cui potenza è proporzionale all'energia dell'impulso trasmesso (riverberazione).

Del primo tipo sono il rumore acustico di fondo, dovuto ad esempio alla nave propria, al moto ondoso di superficie, al movimento della nave nel mezzo, il rumore biologico e quello elettronico strumentale. Del secondo tipo di rumore sono la riverberazione di fondo, di superficie e di volume.

Possiamo quindi in generale parlare di disturbo $D = N + R$.

Un criterio nella operazione di rivelazione è quello di massimizzare il rapporto S. Per questo è in generale necessario un compromesso tra la minimizzazione delle potenze di N e di R che interessano la ricezione, in quanto generalmente queste presentano un andamento opposto in funzione dei parametri del sistema.

Nella operazione di misurazione dei parametri intervengono i concetti di risoluzione e di precisione.

Se si osserva un parametro x (ad esempio la distanza o la velocità di un bersaglio), generalmente il sistema risponderà per un dato valore $x = x_i$ con una funzione $f_i(x)$, di forma tale da presentare un massimo per $x = x_i$.

Ideale sarebbe avere per risposta $f_i(x) = \delta(x - x_i)$, ma ciò implica che il sistema abbia una banda passante infinita. Se W è la banda passante del sistema, la larghezza del picco della funzione $f(x)$, misurata come la larghezza dell'impulso rettangolare equivalente di eguale energia e valore massimo, è circa pari ad $1/W$. La funzione $f(x)$ potrà presentare inoltre dei picchi laterali minori, come ad esempio quelli della funzione $\sin x$. La precisione con la quale si può stabilire il valore $x = x_i$, per il quale la funzione $f(x)$

presenta il massimo, dipende dal rapporto S/D . Quando infatti non vi fosse rumore presente, non vi sarebbe limitazione di sorta alla precisione raggiungibile. La precisione dipende però anche dalla durata dell'impulso $f(x)$. A parità di rapporto S/D , più breve tale impulso, più precisi si potrà essere nello stabilire la sua posizione.

Se vi sono simultaneamente due risposte x_i ed x_j da evidenziare e se i due valori sono sufficientemente lontani, vi sarà ben poca interazione tra le due risposte $f_i(x)$ ed $f_j(x)$, in quanto generalmente i loro picchi laterali tendono ad attenuarsi rapidamente allontanandosi dal massimo.

Tale interazione dipenderà pure dal rapporto delle ampiezze delle due risposte. Quando le due ampiezze sono uguali ed i due valori tendono ad avvicinarsi, si tenderà oltre un certo limite, a considerare le due risposte come una sola. Il valore minimo della distanza $x_j - x_i$ per la quale sono ancora distinguibili due distinti valori si definisce risoluzione, o potere risolutore del sistema nel parametro x .

Se con x si intende il tempo, detta W la banda del sistema, la risoluzione temporale è ancora pari ad $1/W$.

La risoluzione è quindi definita per due risposte di ugual ampiezza, indipendentemente dal disturbo.

Tornando alle due operazioni fondamentali di un sistema Sonar, nella operazione di rivelazione si intende mettere in evidenza ogni qual volta il segnale ricevuto superi una stabilita soglia, indipendentemente dai parametri relativi al bersaglio. Nella operazione di misura dei parametri relativi ad un dato segnale rivelato (tale operazione può generalmente succedere a quella di rivelazione) si intende misurare principalmente i tre parametri fondamentali, azimuth φ , distanza r , velocità relativa v .

Caratteristiche del sistema sono le risoluzioni relative:

$\Delta\varphi$, inversamente proporzionale al rapporto larghezza della antenna - lunghezza d'onda; Δv , inversamente proporzionale alla durata dello impulso trasmesso; Δr , inversamente proporzionale alla banda passante.

Si noti che la ottimizzazione dei parametri del sistema Sonar per la fase di rivelazione può essere diversa da quella richiesta nella fase di misura dei parametri relativi al bersaglio.

Vedremo ora nel seguito la trattazione di un sistema Sonar completo secondo lo schema di un sistema di filtri lineari in cascata. Sarà possibile schematicamente separare i vari elementi e più facilmente formulare ed affrontare il problema della ottimizzazione dei para-

Il mezzo ed i riflettori acustici possono essere descritti come filtri lineari, ovvero mediante la loro risposta impulsiva o la risposta in frequenza. Generalmente questi dovranno essere considerati come filtri lineari varianti nel tempo.

Questa schematizzazione è valida in quanto il fenomeno fisico della propagazione e riflessione del suono è un fenomeno per il quale è valido il principio della sovrapposizione lineare.

(a) Il mezzo - Consideriamo il seguente esperimento:

Si disponga un idrofono ad una certa distanza prefissata dal punto nel quale si provoca una esplosione. Il segnale di una esplosione copre un notevole spettro di frequenze e può essere considerato come una buona approssimazione dell'impulso $\delta(t)$. Il segnale $m(t)$ osservabile all'idrofono rappresenta la risposta del mezzo come elemento di trasmissione alla sollecitazione impulsiva $\delta(t)$. Normalmente questa viene ad essere deformata a causa della dispersione dei cammini multipli dei raggi sonori, delle riflessioni etc... La risposta $m(t)$ del mezzo è poi generalmente variante nel tempo a causa delle variazioni della geometria del sistema; sarà quindi funzione dell'istante di applicazione t_i dello impulso $\delta(t - t_i)$ - (Fig. 70a)

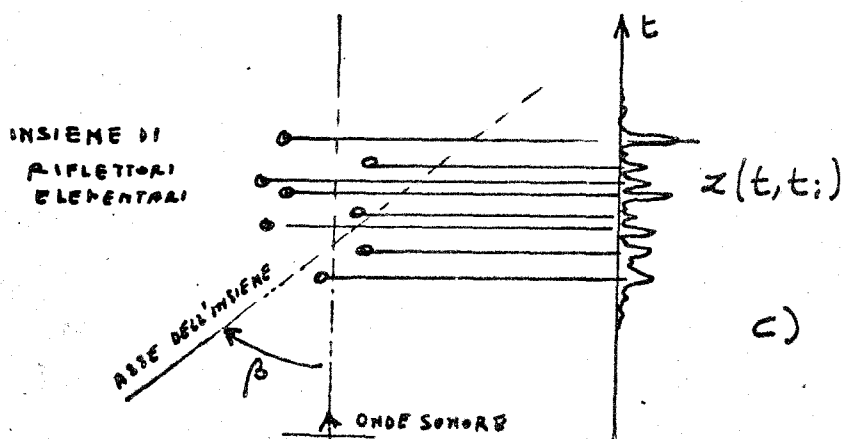
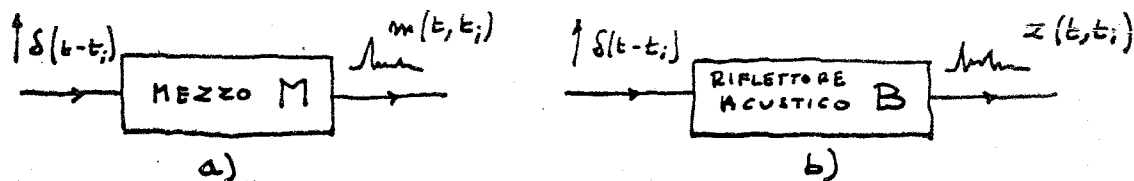


Fig. 70

La risposta $m(t)$ è inoltre ritardata rispetto all'istante t_1 della quantità θ , pari al tempo di transito delle onde sonore tra sorgente e ricevitore. Generalmente nel filtro M si dovrebbe anche tener conto del fatto che l'ampiezza del segnale decresce al crescere della distanza θ , con legge, quando non intervengono il fondo e la superficie, proporzionale al quadrato della distanza. Tuttavia la presente analisi si interessa, come vedremo, dei parametri del sistema in relazione al bersaglio ed ad una limitata zona attorno ad esso, per la quale tale attenuazione può ritenersi costante.

(b) I riflettori acustici -

Un riflettore acustico può anch'esso essere schematicamente rappresentato come un filtro lineare, essendo infatti caratterizzabile mediante la sua eco di ritorno $Z(t)$, prodotta da una sollecitazione impulsiva $\delta(t)$. (Fig. 70b). La risposta $Z(t)$ può considerarsi formata da tutti i contributi di eco elementari delle varie particelle riflettenti, che costituiscono il riflettore acustico. Consideriamo come semplice esempio schematico l'insieme di riflettori puntiformi di Fig. 70-c.

Sia β l'angolo di riferimento tra detto insieme e la direzione della sollecitazione sonora. La funzione eco $Z(t)$ può considerarsi formata nel seguente modo. Proiettiamo i vari riflettori puntiformi su di una retta nella direzione dei raggi sonori ed assegniamo ad ogni punto-proiezione una funzione $\delta(t)$, di peso pari all'ampiezza di riflessione del riflettore considerato.

In pratica la sollecitazione $\delta(t)$ avrà una banda di frequenze limitata, quindi una capacità risolutiva in distanza pure limitata e pari all'inverso di detta banda.

Quindi la distribuzione di impulsi $\delta(t)$ su detta retta, ovvero sull'asse dei tempi, dovrà essere finalmente filtrata nella banda occupata dalla sollecitazione fisica $\delta_F(t)$ (ad esempio quella di una esplosione). Se la geometria dei riflettori è rigida, l'eco $Z(t)$ varierà solamente al variare dell'angolo β . Ovvero $Z(t) = Z(t, \beta)$.

Se la geometria dei riflettori cambia nel tempo (ad esempio un branco di pesci) allora la risposta $Z(t)$ sarà funzione del tempo; ovvero $Z(t) \equiv Z(t, t_i)$, ove t_i è l'istante di applicazione di $\delta(t - t_i)$. Si è qui supposto che i vari riflettori componenti elementari

non si schemano reciprocamente. Questo è ^{vero} solamente in alcuni casi. In generale la struttura acustica di un sistema riflettente può essere estremamente complicata. Tuttavia tale complicazione non limita affatto la possibilità di schematizzazione mediante un filtro lineare. Cioè, riguardo che ci riguarda, un riflettore acustico si comporta come un filtro lineare in quanto la sua risposta impulsiva (e, quindi, la sua risposta a qualsiasi sistema lineare) gode delle stesse proprietà di qualsiasi sistema lineare. Questo, che è generalmente vero è uno schema semplificato di cui si veda Fig. 70-c.

Un sistema riflettente può quindi essere rappresentato mediante un filtro lineare, eventualmente variabile nel tempo.

Consideriamo ora il sistema riflettente stabile nel tempo. Indichiamo con $s(t)$ la generica funzione di sollecitazione e con $e(t)$ l'eco di questa prodotta. Si ha allora, per un generico riflettore di risposta impulsiva $z(t)$, delle proprietà dei filtri lineari:

$$\begin{array}{ccc} \text{sollecitazione} & & \text{eco} \\ s(t) & \longrightarrow & e(t) = z(t) \end{array} \quad (8-1)$$

$$s(t) \longrightarrow e(t) = \int s(\tau) \cdot z(t-\tau) d\tau = s \otimes z \quad (8-2)$$

Ovvero, l'eco di ritorno di un generico sistema riflettente lineare è data dalla convoluzione tra il segnale trasmesso, o sollecitazione, e la risposta impulsiva del sistema.

Consideriamo ora un singolo riflettore puntiforme. E' in tal caso:

$$z(t) = \delta(t - \theta)$$

da cui:

$$\begin{array}{ccc} \text{sollecitazione} & & \text{eco} \\ s(t) & \longrightarrow & e(t) = \int s(\tau) \cdot \delta(t - \theta - \tau) d\tau = \\ & & = s(t - \theta) \end{array} \quad (8-3)$$

Ovvero, la risposta di un riflettore puntiforme alla sollecitazione generica $s(t)$ è la stessa ritardata della quantità θ .

Se si hanno due riflettori puntiformi, di ampiezza A_1 e A_2 :

$$z(t) = A_1 \cdot \delta(t - \theta_1) + A_2 \cdot \delta(t - \theta_2) \quad (8-4)$$

da cui:

sollecitazione

eco

$$s(t) \longrightarrow e(t) = A_1 \cdot s(t - \theta_1) + A_2 \cdot s(t - \theta_2) \quad (8-5)$$

Consideriamo ora un particolare modo di variazione nel tempo della geometria del sistema riflettente. Sia questo dotato di moto rettilineo uniforme e sia v la componente della velocità nella direzione riflettore-sorgente dei raggi sonori.

Stabiliamo $v > 0$ per movimento in avvicinamento.

Si ha allora:

sollecitazione:

eco:

$$\begin{aligned} v=0; \quad s(t) &\longrightarrow s(t-\theta) \\ v \neq 0; \quad s(t) &\longrightarrow s(\alpha t - \theta) \end{aligned} \quad (8-6)$$

Ovvero, nel caso in cui $v \neq 0$ la variabile t diviene $\alpha \cdot t$,

$$\text{ove } \alpha = 1 + \varepsilon, \text{ ed } \varepsilon = \frac{2v}{c} \quad (c \text{ (velocità del suono in acqua)})$$

Trascurando per il momento la costante θ , si ha:

sollecitazione:

eco:

$$v \neq 0; \quad s(t) \longrightarrow s(\alpha \cdot t) \quad (8-7)$$

$$s(t) \longrightarrow e(t) = \int s(\tau) \cdot \delta(\alpha t - \tau) d\tau = s(\alpha \cdot t) \quad (8-9)$$

Quindi nel caso della sollecitazione generica $s(t)$, questa subisce una contrazione ($v > 0$) od una espansione ($v < 0$) lungo l'asse dei tempi. (Effetto Doppler).

Nel caso di segnale sinusoidale puro di durata illimitata,

$$s(t) = e^{j\omega_0 t}$$

, si ha uno spostamento costante in frequenza pari ad $\varepsilon \cdot \omega_0$, essendo infatti:

$$s(\alpha \cdot t) = e^{j\alpha \omega_0 t} = e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j\varepsilon \cdot \omega_0 t}$$

Nel caso di un sistema riflettente generico di risposta impulsiva $\alpha(t)$, se questo è dotato di moto rettilineo uniforme, le considerazioni precedenti sono ancora valide, e si ha:

	sollecitazione:		eco:	
$v = 0;$	$\delta(t)$	$\longrightarrow$	$\alpha(t)$	
$v \neq 0;$	$\delta(t)$	$\longrightarrow$	$\alpha(d \cdot t)$	(8-10)
$v \neq 0;$	$\delta(t)$	$\longrightarrow$	$e(t) = \int \delta(\tau) \cdot \alpha(d \cdot t - \tau) \cdot d\tau$	(8-11)

8 - 2 - Rappresentazione della Riverberazione

Applichiamo ora la stessa rappresentazione mediante filtro lineare alla riverberazione, ovvero all'insieme degli echi di ritorno dalla superficie, dal fondo e dalle inhomogeneità del mezzo. Questa può essere ancora caratterizzata da una risposta impulsiva $\alpha(t)$. (Fig. 71)

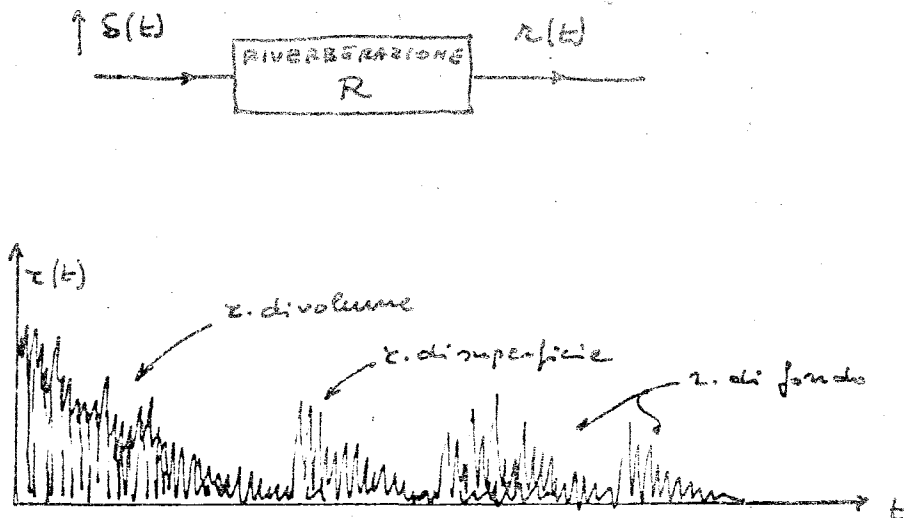


Fig. 71

La funzione $r(t)$ presenta le seguenti caratteristiche generiche:

- ha una durata notevolmente più grande di quella della eco di un sistema di riflettori di limitate dimensioni;
- la sua potenza istantanea tende mediamente a decrescere con il tempo (distanza);
- è una funzione aleatoria non stazionaria;
- sono spesso distinguibili la riverberazione di volume, di fondo e di superficie;
- è anch'essa entro certi limiti genericamente variabile nel tempo, ovvero da misura a misura. Tali variazioni sono più evidenti per le componenti ad alta frequenza dello spettro, ovvero per la struttura particolareggiata della risposta $r(t)$.

Questa è infatti determinata dalla struttura microscopica dei vari riflettori (inomogeneità, superficie, fondo), le cui variazioni nel tempo possono essere abbastanza rapido.

Similmente a quanto detto per il filtro M, anche per la riverberazione si può dire che ci interessa un certo tratto attorno al bersaglio.

Dato il carattere di aleatorietà di $z(t)$, bene si presta una descrizione mediante lo spettro di potenza $W_{RR}(f)$ della funzione $z(t)$, e la sua trasformata di Fourier $C_{RR}(z)$, ovvero la funzione di autocorrelazione di $z(t)$.

La $C_{RR}(z)$ dà infatti una misura della dimensione minima dei riflettori elementari. Se la riverberazione fosse costituita dagli echi di un insieme di riflettori puntiformi si avrebbe $C_{RR}(z) = \delta(z)$.

8 - 3 - Rappresentazione del Sistema Sonar

Applicando ora le rappresentazioni precedenti per il mezzo, la riverberazione ed il bersaglio, il sistema Sonar può essere schematicamente rappresentato mediante una catena di filtri lineari. Tale sistema è infatti costituito da:

- un sistema trasmettente, descrivibile mediante un filtro lineare trasmettitore;
- il mezzo;
- il bersaglio (se presente) e la riverberazione (questi sono disposti in parallelo poichè entrambi soggetti alla stessa sollecitazione);
- il rumore indipendente dall'impulso trasmesso - questo si somma assieme ai segnali provenienti dalla riverberazione e dal bersaglio;
- il sistema ricevente, descrivibile mediante un filtro lineare ricevitore.

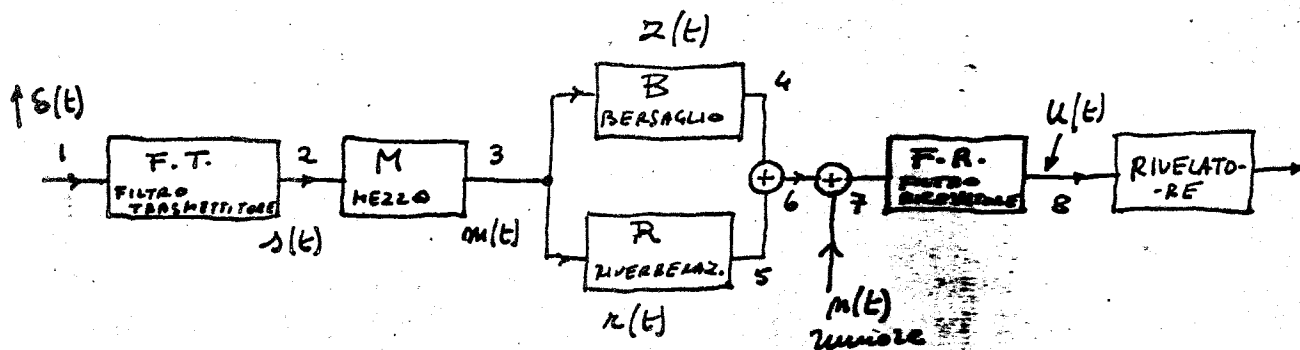


Fig. 72

I vari elementi di Fig. 72 sono caratterizzati nel seguente modo; si ha:

$$u(t) = \{ [s \otimes m \otimes (z + r)] + n(t) \} \otimes h(t) \quad (8-12)$$

$$U(f) = \{ [S \cdot M \cdot (Z + R)] + N \} \cdot H \quad (8-13)$$

ove i simboli adottati hanno il significato seguente:

	Risposta impulsiva		funzione di trasferta
F.T. Filtro Trasmettitore	$\delta(t)$	$\Rightarrow$	$S(f)$
M. mezzo	$m(t)$	$\Rightarrow$	$M(f)$
B bersaglio	$z(t)$	$\Rightarrow$	$Z(f)$
R riverberazione	$z(t)$	$\Rightarrow$	$R(f); (W'_{zz}(f))$ spettro potenza

rumore $n(t)$ caratterizzato da $W'_{nn}(f)$, spettro di potenza.

F.R. filtro ricevitore	$h(t)$	$\Rightarrow$	$H(f)$
segnale all'uscita (punto 8)	$u(t)$	$\Rightarrow$	$U(f)$

8 - 4 - Rivelazione di bersaglio stazionario

Abbiamo accennato precedentemente come i filtri M, B ed R siano variabili nel tempo. In pratica si può spesso trascurare gli effetti del mezzo (ad es. per raggio sonoro diretto) ai fini della distorsione del segnale, e tanto più si può spesso considerare il mezzo di caratteristiche invarianti nel tempo. In quanto alla riverberazione, la si può considerare come una funzione aleatoria, caratterizzata dal suo spettro di potenza.

In definitiva l'elemento per il quale principalmente si deve tener conto delle eventuali variazioni nel tempo è il bersaglio B. Questo lo si considera nel seguito descrivibile mediante un modello statistico ed avente dapprima doppler nullo.

Dovendo procedere ad una ottimizzazione dei parametri del sistema è necessario distinguere le due funzioni di rivelazione e di misura dei parametri del bersaglio. Uniche variabili in tutto il sistema sono in entrambi i casi il filtro trasmettitore (ovvero il segnale trasmesso) ed il filtro ricevitore (ovvero il sistema ricevente).

La seguente trattazione può essere indicativa nella scelta di detti elementi. In questa si trascura la presenza del mezzo M.

Il sistema mezzo - bersaglio - mezzo comporta un ritardo nella trasmissione dell'impulso $\delta(t)$. Tale parametro indica direttamente la distanza del bersaglio ($R = \frac{c \cdot \theta}{2}$). Generalmente non è detto che il sistema, quando ottimizzato per la rivelazione, offra corrispondentemente elevata precisione nella misura di θ . Questa dipenderà, oltre che dal rapporto S/D, dalla durata dell'impulso considerato.

(a) Rivelazione del bersaglio in presenza di rumore

Si trascura nella seguente trattazione la riverberazione e si considera il bersaglio avere doppler nullo.

Lo schema del sistema si semplifica come in Fig. 73 .

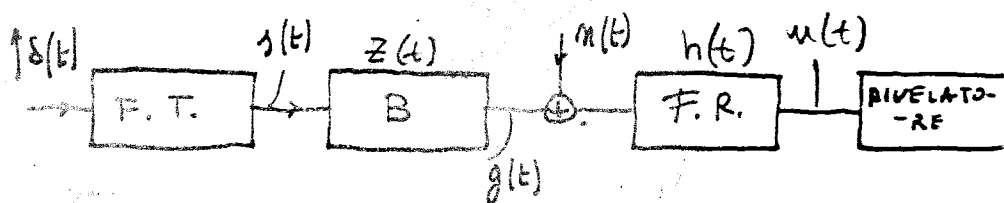


Fig-73

Assunto il rumore gaussiano, ci chiediamo come scegliere $s(t)$ ed $h(t)$, assegnato $z(t)$, per massimizzare il rapporto $(S/N)_{IN}$ al rivelatore.

Supponendo di aver stabilito $s(t)$ e di conoscere $z(t)$, detto $g(t) = s \otimes z$, il ricevitore ottimo è quello adattato alla funzione $g(t)$; ovvero: $h(t) = g(-t)$, $H(f) = G^*(f)$.

Generalmente $z(t)$ non è nota, ma è per essa possibile assumere un modello statistico, ad esempio un impulso di durata τ . Questa scelta può sensibilmente modificare la funzione $h(t)$ nel caso in cui la risoluzione di $y(t)$ sia inferiore a τ . Viceversa, la scelta del modello di $z(t)$ è poco importante nel caso in cui sia la risoluzione di $s(t) \gg \tau$. Per ottimizzare l'intero sistema rimane ancora da stabilire $s(t)$.

Ricordiamo che il rapporto S/N per un filtro adattato è dato da

$\rho = 2E/N_0$; quindi ρ è solo funzione della energia E del segnale.

Convienne perciò fare E (energia trasmessa) più grande possibile.

Sia $E = P \cdot T$, ove P è la potenza e T la durata dell'impulso. Il valore massimo di P per un dato trasduttore è limitato dalla cavitazione (generalmente $1W/cm^2$). Raggiunto tale valore per aumentare E rimane quindi da aumentare T .

Limitazioni al valore di T sono imposte dalla riverberazione (come vedremo in seguito), dalle fluttuazioni del mezzo, dalla distanza del bersaglio ($\theta > T$), e dalla energia E fornibile dagli impianti di potenza.

Non compare nella formula del rapporto S/N nessuna indicazione sul tipo di segnale $s(t)$, nè sulla banda W da esso occupata. Il filtro adattato tiene automaticamente conto del tipo di segnale.

Ciò è generalmente vero quando il bersaglio ha doppler nullo, o di valore noto. Unico parametro importante ai fini del rapporto S/N per una data potenza P è quindi la durata T dell'impulso.

(b) Rivelazione del bersaglio in presenza di riverberazione

Trascurando ora la presenza del mezzo M e del rumore $n(t)$, lo schema del sistema diviene quello di Fig. 74

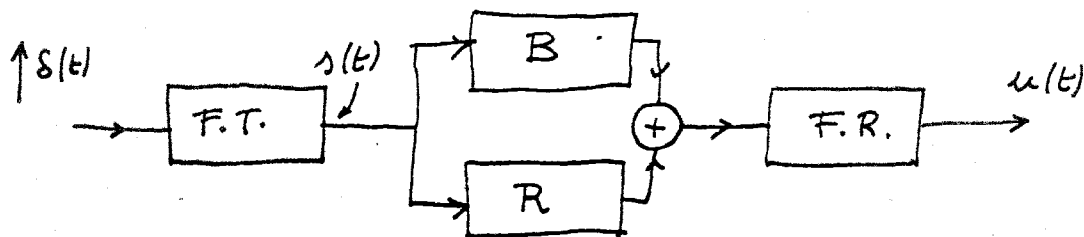


Fig. 74

Ci chiediamo qui come scegliere F.T. e F.R. in modo da massimizzare il rapporto S/N . Calcoliamo tale rapporto.

Si ha per il segnale all'uscita quando vi è solo riverberazione:

$$u_z(t) = s \otimes \tau \otimes h \iff U_z(f) = S \cdot H \cdot R \quad (8-14)$$

La potenza della riverberazione all'uscita è:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T U_z(f) \cdot U_z^*(f) \cdot df = \overline{|u_z(t)|^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (S \cdot H) \cdot (S \cdot H)^* \cdot R \cdot R^* \cdot df = \int_{-\infty}^{\infty} |S \cdot H|^2 \cdot W'_{RR}(f) \cdot df$$

ove $W'_{RR}(f)$ è lo spettro di potenza della riverberazione.

Si ha poi per il segnale $z(t)$:

$$u_z(t) \iff U_z(f) = S \cdot H \cdot Z \quad (8-16)$$

Il rapporto tra la potenza istantanea del segnale all'istante t_0 in cui è massima e la potenza media della riverberazione è il seguente:

$$\frac{S}{R} = \frac{\overline{|u_z(t_0)|^2}}{\overline{|u_z(t)|^2}} = \frac{\left| \int S \cdot H \cdot Z \cdot e^{j2\pi f t_0} \cdot df \right|^2}{\int |S \cdot H|^2 \cdot W'_{RR}(f) \cdot df} \quad (8-17)$$

Vediamo ora di massimizzare la (8-17) in funzione del prodotto S.H. - Appliciamo la disuguaglianza di Schwartz:

$$\int |A|^2 \cdot df \cdot \int |B|^2 \cdot df \geq \left| \int A \cdot B^* \cdot df \right|^2 \quad (8-18)$$

ove è:

$$A = \frac{Z}{\sqrt{W'_{RR}(f)}} \cdot e^{j2\pi f t_0}, \quad B = (S \cdot H)^* \cdot \sqrt{W'_{RR}(f)} \quad (8-19)$$

Il massimo di S/R si ha per $A = B$; in tal caso S/R è dato da:

$$(S/R)_{\max} = \int \frac{|Z|^2}{W'_{RR}(f)} \cdot df \quad (8-20)$$

Si noti che la (8-20) è indipendente dalla energia trasmessa, e dal tipo di segnale e ricevitore. Questi devono però soddisfare alla condizione $A = B$, ovvero:

$$S \cdot H = \frac{Z(f)^*}{W'_{RR}(f)} \cdot e^{-j2\pi f t_0} \quad (8-21)$$

Questa può anche scriversi nel modo seguente:

$$W'_{RR}(f) \cdot S(f) \cdot H(f) = Z(f)^* \cdot e^{-j2\pi f t_0} \quad (8-22)$$

e trasformando membro a membro secondo Fourier, si ha:

$$C_{RR} \otimes s \otimes h = z^*(t_0 - t) \quad (8-23)$$

Consideriamo ora il caso della riverberazione di volume, che si può assumere con buona approssimazione essere incorrelata, ovvero:

$$C_{RR}(t) = \delta(t)$$

Le (8-22) e (8-23) divengono allora rispettivamente, posto $t_0 = 0$:

$$S \cdot H = Z^* \quad (8-24)$$

$$s \otimes h = z^*(-t) \quad (8-25)$$

Tali espressioni mostrano che la massimizzazione del rapporto S/R dipende solo dalla scelta della risposta impulsiva dei filtri F.T. ed

F.R. in cascata. Questa risposta deve essere scelta uguale al complesso coniugato della risposta impulsiva del bersaglio, invertita nel tempo. Tale procedimento, come del resto per la massimizzazione di S/N , presuppone la perfetta conoscenza di $Z(t)$. Essendo qui quello che conta solo la funzione $h(t)$, conviene in genere, come già visto per il rumore, scegliere $h(t) = s(-t)$, per il qual caso si ha, considerando $Z(t)$ reale:

$$s \otimes s = C_{ss}(t) = Z(-t) \quad (8 - 26)$$

Se quindi F.R. è adattato su F.T., allora quella che conta, nel caso di riverberazione incorrelata, è la funzione di autocorrelazione $C_{ss}(t)$ del segnale $s(t)$.

Esiste una famiglia di funzioni $s(t)$ aventi stessa $C_{ss}(t)$. Questa va quindi scelta in base a $Z(t)$. Se è ad esempio $Z(t) = \delta(t)$, bersaglio puntiforme, si deve scegliere $C_{ss}(t) = \delta(t)$. Il sistema dovrebbe quindi presentare banda passante infinita.

In pratica nei sistemi Sonar attivi si opera in una banda di frequenza W limitata, attorno ad una frequenza portante f_0 . Nel caso precedente di riflettore puntiforme la ottimizzazione consiste quindi nel fare la banda W di $C_{ss}(t)$ più larga possibile. Nel caso in cui $Z(t)$ sia rappresentabile mediante un impulso di durata τ si dovrà scegliere $W \approx 1/\tau$. La scelta di grandi valori di W (elevata risoluzione) significa scegliere $s(t)$, o del tipo di impulso breve di durata $T \approx 1/W$, oppure del tipo di impulso codificato, di banda W e durata $T = N \cdot 1/W$, ($\tau W \gg 1$) (Fig. 65). Ai fini del rapporto S/R non vi è nessuna differenza di comportamento dei due segnali, a meno di effetti dovuti a variazioni temporali dei parametri. La differenza è invece notevole ai fini del rapporto S/N . Il secondo impulso presenta infatti N volte l'energia del primo, essendo la durata N volte maggiore.

Riassumiamo quindi questi concetti fondamentali.

- ammesso: sistema invariante nel tempo, riverberazione incorrelata, rumore bianco, bersaglio con risposta impulsiva di durata τ , F.R. adattato su F.T.
- il rapporto S/N dipende solo dalla energia trasmessa E ; maggiore è E , maggiore è S/N ;
- il rapporto S/R dipende solo dalla risoluzione del segnale, ovvero dalla banda occupata. Il valore massimo di S/R si ha per $W \approx 1/\tau$;
- la scelta di $s(t)$ che può simultaneamente soddisfare i due tipi di disturbo è quella di segnale codificato di elevata energia, ovvero di grande durata T , a banda W , ove $T \cdot W \gg 1$;
- ancora rimane però la possibilità di scegliere diverse funzioni $s(t)$, a parità di prodotto $T \cdot W$. Tale scelta è indirizzata dalle considerazioni seguenti.

Abbiamo precedentemente visto che, nel caso in cui $z(t)$ sia descrivibile mediante un modello statistico, ad esempio un impulso di durata τ , conviene adattare il ricevitore al trasmettitore. Quella che conta è quindi in definitiva la funzione di autocorrelazione di $z(t)$, $C_{zz}(t)$. E' noto che esiste una quantità di funzioni $s(t)$ aventi stessa $C_{zz}(t)$. In questo si è ammesso che il bersaglio abbia velocità relativa nulla (quella della nave propria può sempre essere compensata perchè nota).

Consideriamo ora il più generico caso in cui il bersaglio sia in movimento o sia caratterizzato da un ritardo (distanza) θ_0 e da una velocità relativa ν_0 .

Vediamo di descrivere il comportamento di diversi tipi di segnali $s(t)$ in funzione dei due suddetti parametri. Quella che interessa ora è la funzione di autocorrelazione congiunta $C_{zz}(\theta, \nu)$.

Detta $z(\alpha t - \theta_0)$ la risposta impulsiva del bersaglio, la eco di ritorno per una sollecitazione $s(t)$ è data da :

$$e(t) = \int s(\tau) \cdot z(\alpha t - \theta_0 - \tau) d\tau \quad (8-27)$$

e particolarmente per $z(t) = \delta(t)$ si ha:

$$e(t) = s(\alpha t - \theta_0) \quad (8-28)$$

lo spettro di Fourier della (8-28) è dato da:

$$E(f) = S\left(\frac{f}{\alpha}\right) \cdot e^{-j\omega \cdot \theta_0} \quad (8-29)$$

Lo spettro $S(f)$ è quindi deformato sull'asse f nel nuovo spettro $S(f/\alpha)$

Consideriamo ora il segnale $s(t)$ della generica forma:

$$s(t) = \text{Re}\{p(t)\} = \text{Re}\{m(t) \cdot e^{j\omega_0 t}\} \quad (8-30)$$

ove $p(t)$ è un segnale analitico ed $m(t)$ l'involuppo complesso.

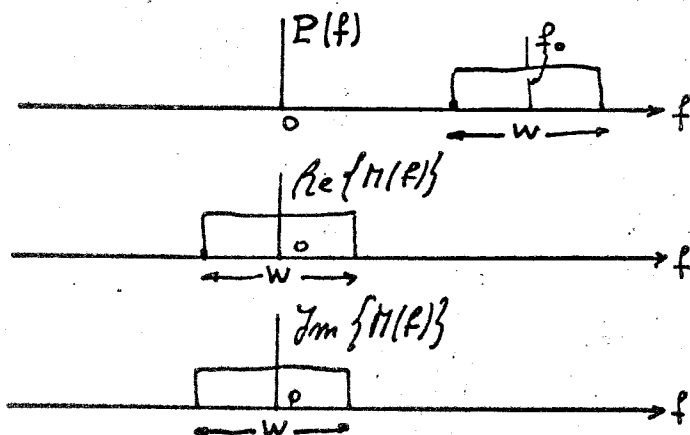


Fig. 75

In figura 75 sono rappresentati lo spettro $P(f)$ di $p(t)$ e la parte reale ed immaginaria dello spettro $U(f)$, di $u(t)$. Non si è fatta alcuna ipotesi sul valore del prodotto T.W del segnale.

Considerando il F.R. adattato su $s(t)$, questo opererà la correlazione tra $s(-t)$ e la funzione eco ricevuta; ovvero:

$$u_s(t) = \int p(\alpha\tau - \theta_0) \cdot h(t - \tau) d\tau = \int p(\alpha\tau - \theta_0) \cdot s(\tau - t) \cdot d\tau \quad (8-31)$$

Ricordando il teorema del paragrafo 3-7, si ha:

$$\text{Inviluppo}[u_s(t)] = \text{Modulo} \left[\int p(\alpha\tau - \theta_0) \cdot p^*(\tau - t) d\tau \right] \quad (8-32)$$

Sviluppiamo ora il termine entro parentesi:

$$\begin{aligned} \int p(\alpha\tau - \theta_0) \cdot p^*(\tau - t) d\tau &= \int m(\alpha\tau - \theta_0) \cdot e^{j\omega_0(\alpha\tau - \theta_0)} \cdot m^*(\tau - t) \cdot e^{-j\omega_0(\tau - t)} \cdot d\tau \\ &= e^{j\omega_0(t - \theta_0)} \cdot \int m(\alpha\tau - \theta_0) \cdot m^*(\tau - t) \cdot e^{j\omega_0\alpha\tau} \cdot d\tau \end{aligned} \quad (8-33)$$

La (8-33) è simile alla (7-30), a differenza che uno dei due termini della correlazione è ora deformato a causa del Doppler; e precisamente il termine $m(\alpha\tau) \cdot e^{j\epsilon\omega_0\alpha\tau}$ ha subito due azioni:

- il suo spettro è spostato in frequenza attorno alla portante $\epsilon\omega_0$.
- il suo spettro originale $M(f)$ è deformato in $M(f/d)$.

L'entità del primo effetto sulla correlazione dipende (a parità di ϵ) dalla frequenza portante ω_0 .

L'entità del secondo effetto dipende dal prodotto T.W del segnale considerato. Si ha infatti che, a parità di banda W, più grande è T, ovvero la durata nella quale il Doppler deforma il segnale, maggiore sarà tale deformazione. Viceversa, a parità di T, maggiore è la banda W dello spettro più grande è la sua deformazione, che è proporzionale, in ogni punto dello spettro, alla frequenza.

Consideriamo nel seguito che il primo effetto sia preponderante sul secondo, anche se ciò non è genericamente vero. Particolarmente questa ipotesi sarà verificata quando $TW = N < \frac{1}{\epsilon}$. In tali ipotesi:

$m(\alpha\tau) \cong m(\tau)$, e la (8-33) diviene:

$$e^{j\omega_0(t-\theta_0)} \cdot \int m(\tau-\theta_0) \cdot m^*(\tau-t) \cdot e^{j2\pi\phi\tau} \cdot d\tau \quad (8-34)$$

ove $2\pi\phi = \varepsilon \cdot \omega_0$.

Confrontando la (8-34) con la (3-75), e posto $t-\theta_0 = \theta$, si può scrivere:

$$\begin{aligned} c(\theta, \phi) &= e^{j\omega_0\theta} \cdot \int m(\tau) \cdot m^*(\tau-\theta) \cdot e^{j2\pi\phi\tau} \cdot d\tau = \\ &= e^{j\omega_0\theta} \cdot \int M^*(f) \cdot M(f-\phi) \cdot e^{j2\pi f\theta} \cdot df. \end{aligned} \quad (8-35)$$

Ovvero la $c(\theta, \phi)$, è la funzione di autocorrelazione congiunta del segnale $p(t)$, o funzione di ambiguità.

Lo studio di tale funzione per ogni tipo di segnale serve ad indicare le proprietà di questo in funzione di θ e ϕ .

Consideriamo ora la funzione normalizzata:

$$\chi(\theta, \phi) = \frac{c(\theta, \phi)}{c(0, 0)} \quad (8-36)$$

per la quale è: $\chi(0, 0) = 1$ (8-37)

Particolarmente ai fini della rivelazione interessa la potenza normalizzata del segnale all'uscita del sistema di rivelazione in funzione di ϕ e θ , ovvero la funzione

$$|\chi(\theta, \phi)|^2 = \psi(\theta, \phi) \quad (8-38)$$

Questa gode delle seguenti proprietà:

- (1) essa racchiude un volume costante; ovvero:

$$\iint \psi(\theta, \phi) \, d\theta \, d\phi = 1 \quad (8-39)$$

(2) $\psi(0, 0) = 1$ (8-40)

(3) $\int \psi(\theta, \phi) \cdot d\theta = \int |M(f)|^2 \cdot |M(f-\phi)|^2 \cdot df$ (8-41)

(4) $\int \psi(\theta, \phi) \cdot d\phi = \int |m(\tau)|^2 \cdot |m(\tau-\theta)|^2 \cdot d\tau$ (8-42)

Le proprietà delle diverse funzioni (8-38) possono essere esaminate tracciando nel piano θ, ϕ i contorni a potenza metà ed a valori di potenza piccola rispetto al valore massimo. Esaminiamo ora questi contorni

per tre diversi tipi di segnale.

- (a) Segnale a frequenza costante di durata T. - Si fa la distinzione tra impulso lungo, (LCW, long constant wave) ed impulso corto (SCW, short constant wave).

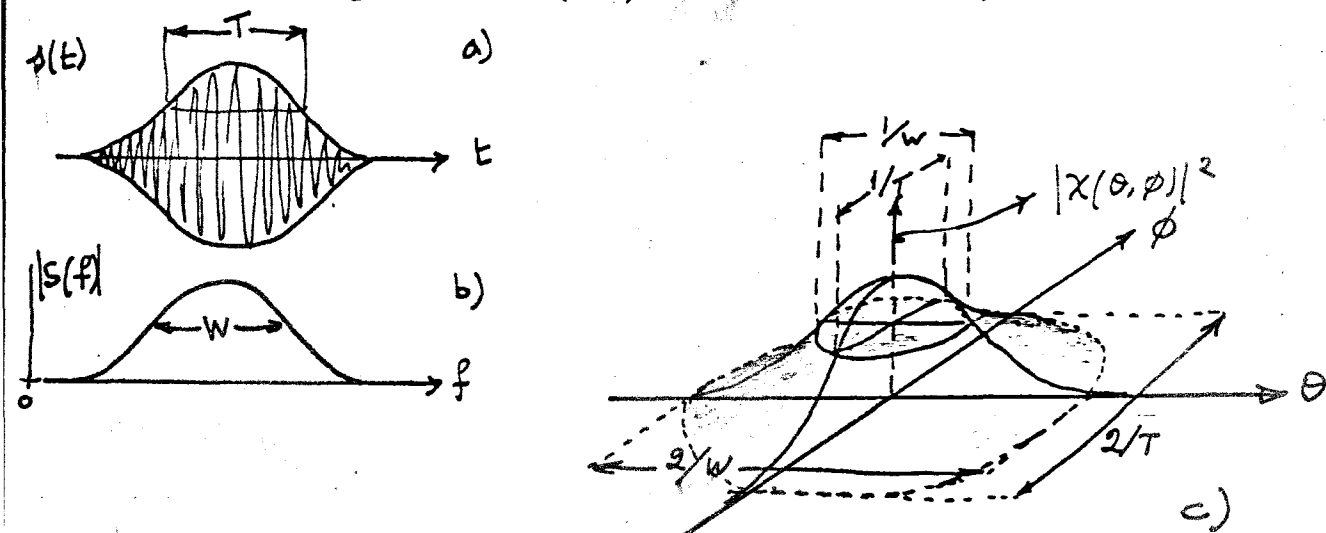


Fig. 76

Consideriamo ad esempio l'impulso con inviluppo di ampiezza di tipo gaussiano (Fig. 76, a). In tal caso tale andamento è conservato anche nello spettro di Fourier del segnale (Fig. 76, b) e nella funzione $|\chi(\theta, \phi)|^2$. La durata T del segnale e la larghezza di banda W (Fig. 76, c) sono approssimativamente quelle misurabili ai punti di ampiezza metà. Per tale segnale si ha $TW \approx 1$. Consideriamo ora i contorni a potenza metà e potenza piccola lungo la superficie $|\chi(\theta, \phi)|^2$ di figura 76, c.

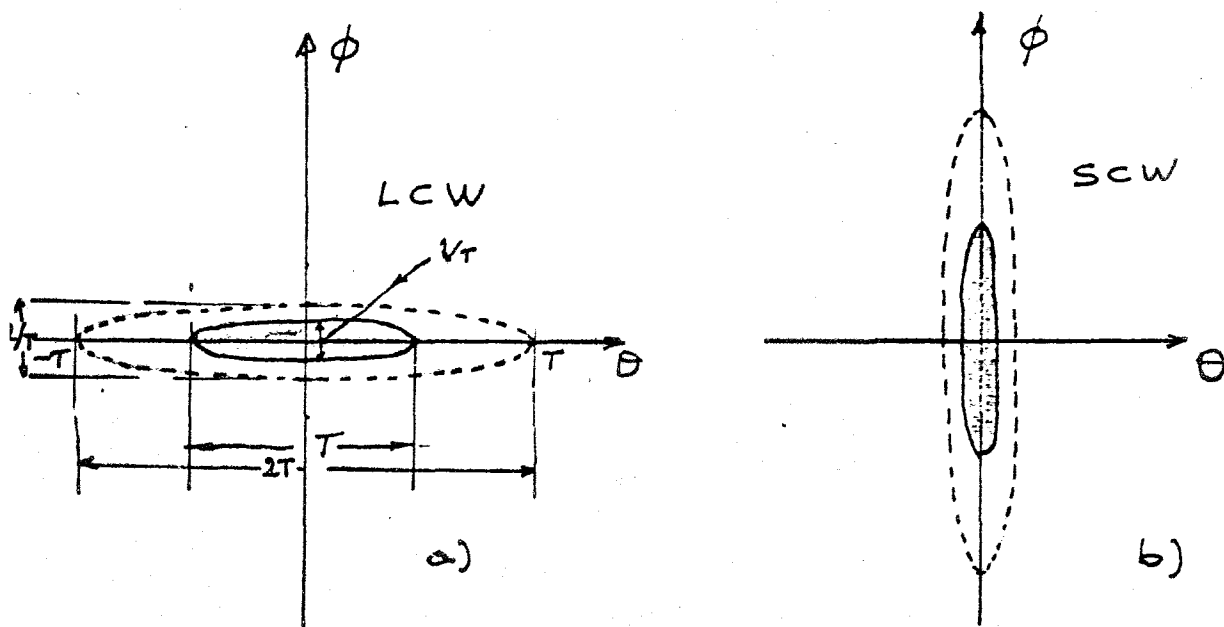


Fig. 77

Fissate le scale di ϕ e θ nella rappresentazione di $|\chi(\theta, \phi)|^2$, tali contorni risulteranno più o meno schiacciati lungo uno dei due assi a seconda del valore di T . In Fig. 77. a) e b) sono rappresentati tali contorni rispettivamente per segnale CW lungo e CW breve. Nel primo caso si ha una figura schiacciata lungo l'asse θ . Questo significa che la funzione $|\chi(\theta, \phi)|^2$ decresce rapidamente con ϕ e lentamente con θ . Quindi tale segnale presenta elevata risoluzione in Doppler. Tale risoluzione è misurata dalla larghezza del contorno a potenza metà sull'asse ϕ , ovvero $1/T$. Analogamente la risoluzione in distanza è data da T .

L'impulso di durata T breve, rappresentato in Fig. 77. b, presenta invece elevata risoluzione in tempo (o distanza), e coarsa risoluzione in frequenza (Doppler).

In entrambi i casi la superficie del rettangolo che racchiude il contorno a potenza metà è pari a $T \cdot W \cong 1$.

Nel caso si fosse considerato un segnale CW di inviluppo non gaussiano (ad esempio rettangolare), le considerazioni precedenti non cambierebbero sostanzialmente. Cambia in effetti la struttura, pur restando ancora $TW \cong 1$, dei lobi laterali della funzione di correlazione.

(b) Segnale a modulazione di frequenza lineare, di durata T e banda W , ove $T \cdot W = N \gg 1$.

Tale segnale è esprimibile nella forma:

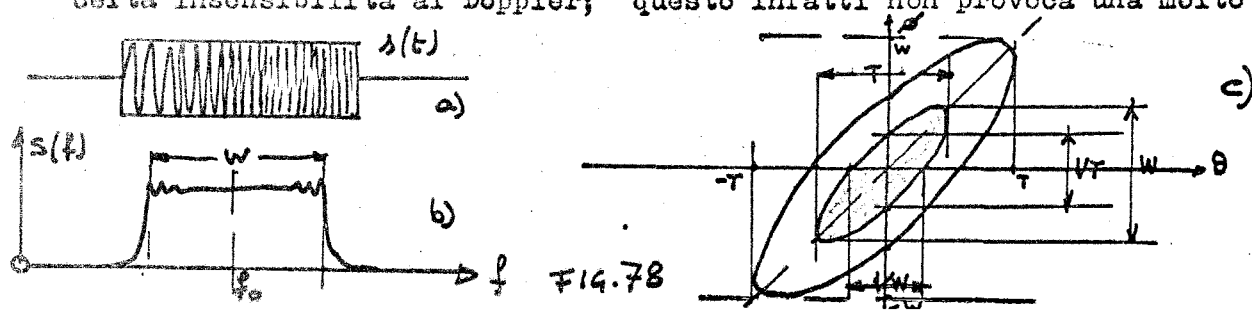
$$s(t) = \exp\left(j\omega_0 t + \frac{\pi W}{T} t^2\right) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi W}{T} t^2\right) \quad (8-43)$$

ove $\frac{\pi W}{T} t^2 = \varphi(t)$ è la fase parabolica.

$$\text{La frequenza istantanea è: } f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{W \cdot t}{T} \quad (8-44)$$

ovvero ha andamento lineare nel tempo. E' dimostrabile che grossomodo lo spettro di Fourier del segnale $S(f)$ ha andamento rettangolare per $N \gg 1$ (Fig. 78, b). Tale sarà quindi anche l'andamento dello spettro di potenza. Ne consegue che, per il teorema di Wiener-Kintchin, la funzione di correlazione $C(\theta, 0)$ è del tipo $\sin x/x$. Quindi $|\chi(\theta, 0)|^2$ avrà l'andamento del tipo $(\sin x/x)^2$. Dalla (8-39) si ha poi che la funzione $\chi(0, \phi)$ è proporzionale alla trasformata di Fourier della potenza istantanea del segnale, $|m(t)|^2$. Ed avendo questa andamento pure rettangolare, ne consegue che $|\chi(0, \phi)|^2$ avrà ancora l'andamento di una $(\sin x/x)^2$. La larghezza dei picchi delle due suddette funzioni a potenza metà vale rispettivamente $1/W$ ed $1/T$. Nella Fig. 78 - c sono rappresentate le due funzioni contorno.

Da tale rappresentazione risulta quindi che il segnale FM possiede una certa insensibilità al Doppler; questo infatti non provoca una molto



rapida perdita di correlazione, mentre insorge però un errore nella misura di θ . La risoluzione in distanza è ancora data da $1/W$, e quella in Doppler da $1/T$. Si ha quindi, da una prima analisi, che l'impulso FM possiede elevata risoluzione in distanza e Doppler. In effetti si dispone generalmente di un correlatore che opera nel dominio del tempo, ovvero opera la sezione lungo l'asse θ della funzione $|x(\theta, \phi)|^2$, centrata attorno al bersaglio θ_0, ϕ_0 . (Vedi Figura 79)

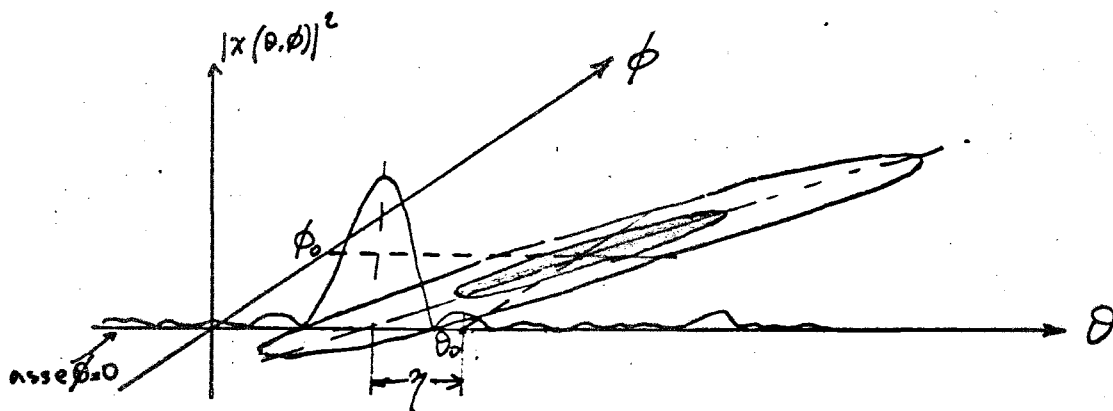


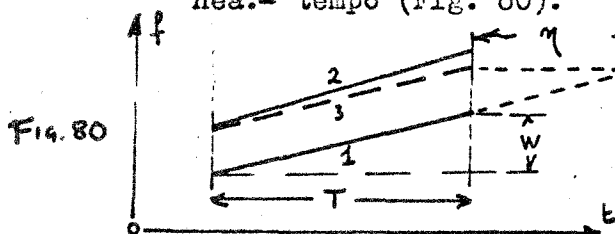
FIG. 79

All'uscita del correlatore la larghezza dell'impulso principale è circa $1/W \approx -3\text{dB}$. L'ampiezza diminuisce all'aumentare di ϕ_0 ed aumenta in corrispondenza l'errore $\eta = \frac{T\phi_0}{W}$. In questo caso, mentre la risoluzione temporale è $1/W$, anche se si ha l'errore η nella misura di θ_0 , quella in Doppler non è direttamente utilizzabile, dal momento che si opera nel dominio del tempo. Infatti, nel caso di LCW ad esempio, la elevata risoluzione Doppler si ha, pur operando nel dominio del tempo, grazie alla rapida perdita di correlazione in funzione del Doppler. Ciò non avviene per l'FM. Unico legame tra l'uscita dal correlatore ed il Doppler è tramite l'errore η .

Noto che pone infatti θ_0 , e quindi η , si avrebbe: $\phi_0 = \eta \cdot \frac{W}{T}$. Questa proprietà può essere sfruttata trasmettendo successivamente due segnali FM rispettivamente a frequenza crescente ed a frequenza decrescente. In tal caso le funzioni di ambiguità presentano inclinazioni opposte, e quindi errori η di segno opposto. E' quindi qui possibile misurare, con precisione, θ_0 mediando tra le due letture e risalire quindi poi a ϕ_0 tramite η .

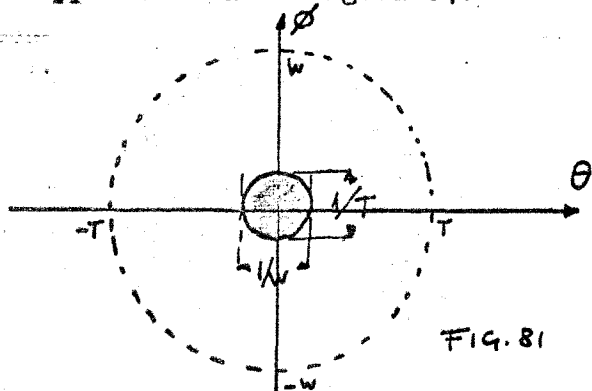
(c) Segnale Pseudo - Caotico (PRN)

Nel caso precedente di segnale FM, questo presenta una certa insensibilità allo spostamento Doppler. Più intuitivamente che tramite la funzione di ambiguità precedentemente vista, questo può essere spiegato considerando la funzione frequenza istantanea.- tempo (Fig. 80).



La retta 1 rappresenta la funzione suddetta per Doppler nullo. La 2 è la stessa affetta da Doppler; e la 3 è la 2 nella quale si è, con approssimazione, considerato $m(\alpha t) \approx m(t)$.

Se ora si dispone di un correlatore per la 1, la 3 pure correlerà parzialmente e con un ritardo τ rispetto alla 1. Questa proprietà è propria del tipo di segnale a modulazione di frequenza lineare. Se la frequenza istantanea presenta un andamento più caotico nel tempo T e nella banda W, la deformazione dovuta al Doppler influirà di più sulla correlazione. E' possibile quindi costruire dei segnali a modulazione di fase pseudo-caotica che occupano la banda W per la durata T, e la cui funzione di ambiguità presenta elevata risoluzione sia in distanza ($1/W$) che in Doppler ($1/T$). I contorni di una tipica funzione di ambiguità è rappresentata in Figura 81.



Dalla proprietà che il volume della funzione $|X(\theta, \phi)|^2$ normalizzata è costante, indipendentemente dal tipo di segnale, essendo nel caso in esame minore il volume della zona centrale rispetto al caso precedente, ne consegue che la zona circostante di lobi laterali dovrà avere livello superiore.

In definitiva si può ricorrere alla seguente immagine. Si può pensare al volume della funzione $|X(\theta, \phi)|^2$ come ad un mucchio di creta di volume costante. Scegliere un determinato tipo di segnale significa plasmare tale volume in modo diverso. Inoltre la figura plasmabile dovrà sempre presentare ampiezza unitaria nel punto $\theta=0, \phi=0$. Volendo quindi diminuire il volume della figura centrale si dovrà aumentare quello dei contorni.

Da quanto precedentemente esaminato risulta che, se si dispone di un F.R. adattato sul segnale per $\phi = 0$, questo potrà funzionare per un limitato campo di valori di $\phi \neq 0$. La larghezza di questo campo dipende dal tipo di segnale. Se si definisce tale larghezza come quella compresa tra i valori di ϕ per i quali si ha metà potenza all'uscita, si vede ad esempio che, per poter ricoprire una banda Doppler corrispondente alla banda W saranno necessari nei tre casi precedenti, sempre considerando $m(\phi t) \approx m(t)$:

- LCW - di durata T; W.T = N filtri ricevitori in parallelo
- FM - di banda W, durata T: un solo filtro ricevitore
- PRN - " " " : W.T = N filtri ricevitori in parallelo
- SCW - di durata $1/W$: un solo filtro ricevitore.

Le figure contorno a metà potenza per i suddetti quattro tipi di segnale sono riportate in Fig. 82, ove è più facile un confronto.

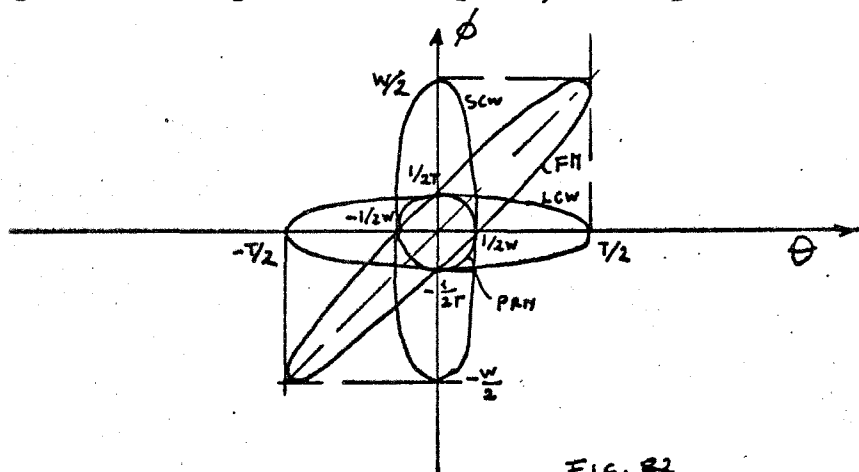


Fig. 82

Si dovrà quindi in generale pensare al filtro Ricevitore, nel caso si voglia rivelare un bersaglio con velocità incognita, come costituito da un sistema di filtri in parallelo.

Particolarmente se è, come qui considerato, F.R. adattato su F.T., allora il sistema sarà costituito da filtri adattati centrati su diversi valori del Doppler, e tanti da ricoprire la possibile gamma di valori del Doppler del bersaglio.

Se consideriamo ora un generico di detti filtri questo sarà caratterizzato dalla sua risposta impulsiva, che è data, nel caso di usi

la notazione analitica del segnale da:

$$h(t, \phi) = p^*(-t, \phi) \cong m^*(-t) \cdot e^{j\omega_0 t} \cdot e^{j2\pi\phi t} \quad (8 - 45)$$

ove ϕ è la frequenza Doppler per la quale il filtro è adattato.

Se pensiamo ora di spostare F.T. a monte di F.R. (schema Fig. 72), la risposta impulsiva dei due filtri in cascata è data, in forma analitica, da:

$$\begin{aligned} p \otimes h &= \int p(\tau) \cdot p^*(\tau - t, \phi) \cdot d\tau = \\ &= \int m(\tau) \cdot e^{j\omega_0 \tau} \cdot m^*(\tau - t) \cdot e^{-j\omega_0(\tau - t)} \cdot e^{-j2\pi\phi(\tau - t)} \cdot d\tau = \\ &= e^{j2\pi\phi t} \cdot e^{j\omega_0 t} \cdot \int m(\tau) \cdot m^*(\tau - t) \cdot e^{-j2\pi\phi \tau} \cdot d\tau = \\ &= e^{j2\pi\phi t} \cdot \chi(t, -\phi) = K(t, \phi) \end{aligned} \quad (8 - 46)$$

La risposta dell'intero sistema ad una generica distribuzione di bersagli $z(\tau, \varphi)$, è data dalla convoluzione bidimensionale tra z e K ; ovvero:

$$u_z(t, \phi) = \iint z(t - \tau, \phi - \varphi) \cdot e^{j2\pi\varphi\tau} \cdot \chi(\tau, -\varphi) \cdot d\tau \cdot d\varphi \quad (8 - 47)$$

Particolarmente se $z(\tau, \varphi) = \delta(\tau - \theta_0, \varphi - \phi_0)$, si ha:

$$u_s(t, \phi) = e^{j2\pi(\phi - \phi_0) \cdot (t - \theta_0)} \cdot \chi(t - \theta_0, \phi_0 - \phi) \quad (8 - 48)$$

Il massimo valore all'uscita si ha per $t = \theta_0$ e $\phi = \phi_0$ nella (8 - 48).

$$u_s(\theta_0, \phi_0) = \chi(0, 0) = 1 \quad (8 - 49)$$

La (8 - 49) rappresenta l'ampiezza del segnale all'uscita del filtro centrato attorno al Doppler ϕ_0 del bersaglio puntiforme considerato. Dovendo calcolare il rapporto S/N su tale uscita basterà tenere presente che la potenza di rumore, nel caso di rumore bianco gaussiano, è pressapoco la stessa che per il canale a Doppler nullo. Quindi per il

canale in esame valgono ancora le stesse considerazioni fatte sul filtro adattato per Doppler nullo.

Per il rapporto S/R, la potenza della riverberazione nel canale $\phi = \phi_0$, nel caso in cui sia $\tau(\tau, \varphi)$ la sua distribuzione, è data da:

$$|u_z(t, \phi_0)|^2 = \left| \iint \tau(t - \tau, \phi_0 - \varphi) \cdot e^{j2\pi\varphi\tau} \cdot \chi(\tau, -\varphi) d\tau \cdot d\varphi \right|^2 =$$

$$= \iiint \tau(t - \tau_1, \phi_0 - \varphi_1) \cdot \tau^*(t - \tau_2, \phi_0 - \varphi_2) \cdot e^{j2\pi\varphi_1\tau_1 - j2\pi\varphi_2\tau_2} \cdot \chi(\tau_1, -\varphi_1) \cdot \chi^*(\tau_2, -\varphi_2) \cdot d\tau_1 \cdot d\varphi_1 \cdot d\tau_2 \cdot d\varphi_2$$

(8 - 50)

Nella ipotesi di riverberazione incorrelata si ha:

$$\tau(t - \tau_1, \phi_0 - \varphi_1) \cdot \tau^*(t - \tau_2, \phi_0 - \varphi_2) = \left| \tau(t - \tau_1, \phi_0 - \varphi_1) \right|^2 \cdot \delta(\tau_1 - \tau_2, \varphi_1 - \varphi_2) \quad (8 - 51)$$

che sostituita nella (8 - 50) fornisce

$$|u_z(t, \phi_0)|^2 = \iint \left| \tau(t - \tau, \phi_0 - \varphi) \right|^2 \cdot \left| \chi(\tau, -\varphi) \right|^2 d\tau \cdot d\varphi \quad (8-52)$$

La potenza della riverberazione dipende quindi, secondo la (8 - 52), dal tipo di funzione $\chi(\tau, \varphi)$ relativa al segnale considerato.

Senza affrontare un confronto quantitativo tra i vari tipi di segnali, vediamo qualitativamente le differenze tra i tipi prima elencati.

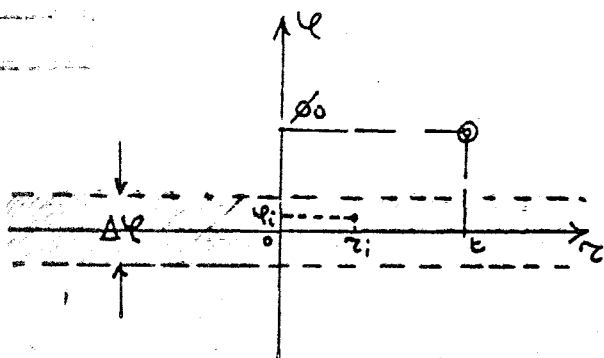


Fig. 83

La funzione $\tau(\tau, \varphi)$, che rappresenta la risposta impulsiva della riverberazione nel piano τ, φ , è genericamente distribuita lungo l'asse della τ e contenuta in una banda Doppler $\Delta\varphi$ relativamente stretta. (Fig. 83)

Per calcolare la potenza di riverberazione presente nel canale adattato al Doppler ϕ al tempo t , si può pensare, secondo la (8 - 52), di centrare su ogni punto τ_i, φ_i una funzione $|\chi(\tau - \tau_i, \varphi - \varphi_i)|^2$, di peso pari a $|\tau(\tau_i, \varphi_i)|^2$, e di integrare tutti i contributi di dette funzioni nel punto ϕ_0, t . Tale potenza sarà grossomodo indipendente dal tempo t , se si assume una distribuzione uniforme di riflettori sull'asse τ , e dipenderà dalla distanza ϕ_0 rispetto all'asse $\varphi = 0$. Dipenderà inoltre, a parità di ϕ_0 , dalla funzione $|\chi(\tau, \varphi)|^2$, ovvero dal tipo di segnale considerato.

Vediamo perciò di fare un confronto qualitativo tra alcuni dei diversi tipi di segnali prima trattati (Fig. 82), nella ipotesi che i segnali trasmessi abbiano uguale energia.

(a) L.C.W.

Consideriamo dapprima il segnale CW di lunga durata (LCW), ovvero di elevata risoluzione Doppler.

Il filtro adattato bidimensionale per tale segnale è costituito da un banco di filtri di banda adiacenti, di larghezza di banda pari ad $1/T$ (ove T è la durata del segnale). La potenza della riverberazione nel piano τ, ν per questo segnale è concentrata attorno all'asse della τ e si estende in una banda $\Delta\nu'$ poco superiore a $\Delta\nu$, nel caso in cui $\frac{1}{T} \ll \Delta\nu$. La fascia compresa nella banda $\Delta\nu'$ sarà perciò ad alta riverberazione mentre la zona esterna ne sarà quasi priva. Tale tipo di segnale presenta quindi un elevato rapporto S/R , quando il bersaglio è dotato di Doppler $\phi_0 > \Delta\nu/2$.

(b) P.P.W. FM

Consideriamo qui l'impulso CW breve ed il segnale FM, contenuti la stessa banda W .

Se è $W \gg \Delta\nu$, allora la potenza della riverberazione è grossomodo uniformemente distribuita nella banda W , attorno all'asse della τ . Essendo però l'energia totale costante, la densità di potenza è in questo caso inferiore al caso precedente, di un fattore pari al rapporto della durata del segnale SCW con quella del segnale LCW. Si noti che il segnale FM ha un comportamento identico al segnale SCW di stessa energia e stessa banda di riferimento della riverberazione.

Infatti entrambi danno luogo finalmente alla stessa distribuzione di potenza nella banda W , anche se le loro funzioni di ambiguità sono differenti (Fig. 84). Se si considera ora un bersaglio avente Doppler nullo, il segnale SW ed il segnale FM presentano un rapporto S/R che è $\frac{T_{LCW}}{T_{SCW}}$ volte più

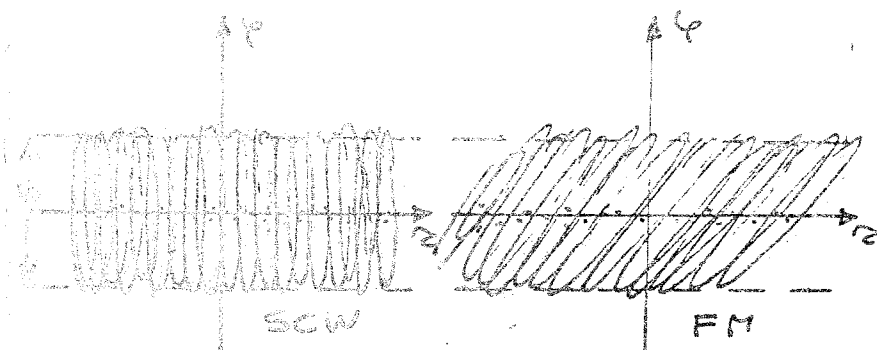


FIG. 84

grande che nel caso di segnale LCW.

Se però il bersaglio ha Doppler $\phi_0 > \Delta\varphi/2$, allora
le condizioni si invertano ed il miglioramento ottenibile nel caso di
segnale LCW dipenderà principalmente dal potere separatore dei filtri.