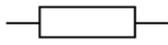


## Cap. 1 I componenti di base

### 1.1 Quali sono i componenti di base

I componenti di base per l'elettronica analogica sono costituiti da tre categorie:

- Resistori e potenziometri (simboli grafici =   )
- Condensatori (simboli grafici =   )
- Induttori (simbolo grafico =  )

Con l'accoppiamento di questi componenti si realizzano tutte le reti circuitali che consentono la realizzazione dei più svariati sistemi di elaborazione dei segnali e dei comandi.

I resistori ed i condensatori sono disponibili sul mercato in un'ampia gamma di valori mentre gli induttori, salvo particolari tipi, non sono disponibili sul mercato e devono essere dimensionati e costruiti dal progettista che ne abbia previsto l'impiego.

Le leggi per il dimensionamento dei componenti sono le leggi dell'elettrotecnica generale che noi riporteremo in forma sintetica per quanto basta all'impiego nel campo della progettazione della circuitazione elettronica.

Nel presente paragrafo e nei successivi nella scrittura delle formule relative ai componenti saranno impiegati, con i seguenti significati, i simboli:

- \* (per indicare un prodotto)
- / (per indicare una divisione)
- ≈ (per indicare un'eguaglianza approssimata)
- // (per indicare il parallelo di due componenti)
- √ (per indicare la radice quadrata)

#### 1.1 I resistori

I resistori o resistenze sono costituite da supporti contenenti, o impasti di carbone, o coperture di materiali speciali disposti a spirale, o avvolgimenti di fili di cromo; impasti, coperture e fili idonei al passaggio della corrente elettrica.

Le resistenze sono sottoposte alla legge di Ohm che enuncia:

*Un conduttore ai cui estremi è applicata una differenza di potenziale  $V$  è percorso da una corrente  $I$  proporzionale a detta tensione ed inversamente proporzionale alla sua resistenza.*

Legge che tradotta in espressione matematica rende la semplice formula:

$$I = V / R$$

Nella quale  $I$ , espressa in Amper, è la corrente che scorre nella resistenza,  $V$ , espressa in volt, è la tensione applicata alla resistenza, ed  $R$ , espressa in ohm, è il valore della resistenza stessa.

Formula valida, sia per tensioni continue, sia per tensioni alternate; estensibile per quest'ultime anche ai componenti reattivi.

L'unità di resistenza R, in ohm, è definita come il valore della resistenza di un conduttore applicata al quale una tensione di 1 Volt produce lo scorrimento di una corrente di 1 Amper.

Le resistenze sono caratterizzate dalla potenza elettrica Pd che sono in grado di dissipare nell'ambiente; questo valore si calcola indifferentemente con ciascuna delle formule sotto riportate:

$$P_d = V^2 / R$$

$$P_d = I^2 * R$$

Se una resistenza R = 100 ohm è sottoposta a una tensione continua di 10 V dovrà essere dimensionata per poter dissipare una potenza di:

$$P_d = (10V)^2 / 100 \text{ ohm} = 1 \text{ W}$$

Se in una resistenza R = 330 ohm viene fatta scorrere una corrente di 0,1 A dovrà essere dimensionata per poter dissipare una potenza di:

$$P_d = (0.1A)^2 * 330 \text{ ohm} = 3.3 \text{ W}$$

Le resistenze possono essere collegate tra loro, o in serie o in parallelo, nel caso di collegamento in serie di due resistenze R1 ed R2 la resistenza totale è:

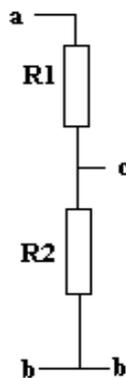
$$R_s = R_1 + R_2$$

Nel caso di collegamento in parallelo di R1 ed R2 la resistenza totale Rp è:

$$R_p = (R_1 * R_2) / (R_1 + R_2)$$

Il collegamento in serie delle resistenze consente la realizzazione di partitori di tensione quale quello indicato in figura 1.1

figura 1.1



il circuito, data una tensione Vab tra i terminali (a) e (b) consente di stabilire quale frazione di essa Vcb si debba avere tra i terminali (c) e (b).

Un semplice esempio è dato per il calcolo delle resistenze e delle dissipazioni di R1 ed R2:

$$\text{si abbia } V_{ab} = 24 \text{ V e si voglia } V_{cb} = 3.75 \text{ V}$$

si debba utilizzare per  $V_{ab}$  una corrente  $I = 0.5 \text{ A}$

dovrà essere  $I = V_{ab} / (R_1 + R_2)$

da cui  $R_1 + R_2 = V_{ab} / I = 24 \text{ V} / 0.5 \text{ A} = 48 \text{ ohm}$

per determinare  $R_1$  ed  $R_2$  si deve risolvere il sistema

dal quale si ha 
$$\begin{cases} (R_1 + R_2) / 24\text{V} = R_2 / 3.75\text{V} \\ (R_1 + R_2) = 48 \text{ ohm} \end{cases}$$

$$R_1 = 40.5 \text{ ohm}$$

$$R_2 = 7.5 \text{ ohm}$$

Le dissipazioni sulle resistenze sono:

$$\text{su } R_1 \quad P_{d1} = (V_{ac})^2 / R_1 = (24 \text{ V} - 3.75 \text{ V})^2 / 40.5 \text{ ohm} = 10.12 \text{ W}$$

$$\text{su } R_2 \quad P_{d2} = (V_{bc})^2 / R_2 = (3.75 \text{ V})^2 / 7.5 \text{ ohm} = 1.87 \text{ W}$$

Il mercato offre un'ampia gamma di valori di resistenze che vanno da 0.1 ohm a 10 e più milioni di ohm; nell'ambito delle produzioni si individuano: Gruppi di prodotti standard e gruppi di prodotti speciali; nei primi sono disponibili resistori di media precisione con tolleranze del 10% o 5% sui valori nominali, nei secondi sono disponibili resistenze ad elevata precisione con tolleranze dell'1% e caratteristiche elettriche particolari, come ad esempio resistenze a basse tensioni di rumore. Per entrambi i gruppi c'è la possibilità di una scelta della potenza elettrica che si deve dissipare sulla resistenza; da 1/4 W a decine di watt.

La tensione massima applicabile ad una resistenza non deve soltanto soddisfare la capacità di dissipazione della stessa ma deve, contemporaneamente, essere adatta alle dimensioni del componente; non si possono, ad esempio, applicare 3000 V con una corrente di solo 10  $\mu\text{A}$ , ai capi di una resistenza da 1/4W che, anche se in grado di dissipare la modesta potenza applicata pari a  $P_d = 3000 * 10 * 10^{-6} = 3/100 \text{ W}$ , non è fisicamente dimensionata per reggere tra i terminali una tensione così elevata.

I multipli dell'unità di misura della resistenza ( Ohm ) impiegati normalmente sono:

$$\text{Kohm} = 10^3$$

$$\text{Mohm} = 10^6$$

### 1.1.1 I potenziometri

I potenziometri sono una particolare categoria di resistori che, tramite un piccolo dispositivo meccanico rotante, consentono la variazione della loro resistenza in modo da adattarla al meglio alle necessità del momento.

I potenziometri con asse rotante a manopola permettono la sistemazione su pannello per regolazioni manuali, quali ad esempio le regolazioni del volume audio di un amplificatore.

I potenziometri con asse rotante a vite sono progettati per montaggio diretto sui supporti dei circuiti elettronici al fine di consentire regolazioni di messa a punto mediante rotazione dell'asse con cacciavite.

## 1.2 I condensatori

I condensatori sono caratterizzati dalla capacità, espressa in microFarad ( $\mu\text{F}$ ), dalle perdite resistive, espresse in ohm, e dalla tensione di lavoro polarizzata (condensatori elettrolitici) o non polarizzata, espressa in Volt.

L'impiego dei condensatori nel progetto della circuitazione elettronica gioca un ruolo fondamentale in special modo nell'elettronica analogica.

I valori delle capacità impiegate nella progettazione dei circuiti analogici vanno dai milionesimi di microFarad (pF) alle migliaia di microFarad; una vasta gamma di valori standard, con tolleranze del 10% o più, sono disponibili sul mercato; per applicazioni particolari è possibile avere, su ordinazione espressa, condensatori, del valore determinato a calcolo, con precisioni dello 0.625% o dell'1.25%.

Per i condensatori è applicabile la legge di Ohm nell'ambito dei soli circuiti in corrente alternata; per quest'ultima essi presentano una dimensione analoga alla resistenza, detta **reattanza** ed espressa in ohm. Per i circuiti in corrente continua il condensatore ne impedisce il passaggio, salvo per un piccolo intervallo di tempo all'accensione del circuito.

La reattanza di un condensatore, indicata con  $X_c$ , è espressa dalla formula:

$$X_c = 1 / ( 2 * \pi * f * C )$$

dove con  $f$  è indicata la frequenza della tensione applicata al condensatore e con  $C$  la capacità stessa del condensatore espressa in Farad ( $1 \mu\text{F} = 10^{-6}$  Farad).

Proponiamo di seguito un semplice esempio di calcolo della reattanza di un condensatore:

Si debba calcolare la reattanza di un condensatore da  $0.1 \mu\text{F} = ( 0.1 * 10^{-6} )$  Farad, alla frequenza di 3000 Hz; si ha

$$X_c = 1 / ( 2 * 3.14 * 3000 * 0.1 * 10^{-6} ) \approx 530 \text{ ohm}$$

Due condensatori,  $C_1$  e  $C_2$ , si possono collegare tra loro in parallelo od in serie applicando le espressioni:

per la serie la capacità risultante  $C_s$  è data da

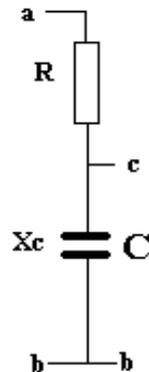
$$C_s = ( C_1 * C_2 ) / ( C_1 + C_2 )$$

per il parallelo la capacità risultante  $C_p$  è data da

$$C_p = C_1 + C_2$$

Il collegamento in serie di una resistenza  $R$  ed un condensatore  $C$  consente la realizzazione di partitori di tensione particolari quale quello indicato in figura 1.2

figura 1.2



Nel partitore sono riportate sia la resistenza R sia la reattanza del condensatore C. Se applichiamo ai capi (a) e (b) del circuito una tensione alternata, questa non vedrà tra (a) e (b) una resistenza come nel caso di figura 1.1, ma qualche cosa di simile, detta **impedenza**, che è indicata con il simbolo Z.

Il calcolo dell'impedenza del circuito è dato dalla formula:

$$Z = \sqrt{(R^2 + Xc^2)}$$

Un esempio numerico è dato per il calcolo della Z del circuito e della tensione Vcb:

Sia  $V_{ab} = 10 \text{ Veff}$ . la tensione alternata, alla frequenza di 30000 Hz, applicata ai punti (a) e (b) del circuito, sia il valore di  $R = 1000 \text{ ohm}$ , sia  $C = 10000 \text{ pF} = 0.01 * 10^{-6} \text{ Farad}$ , il valore della capacità si ha:

Calcolo della reattanza di C

$$Xc = 1 / (2 * 3.14 * 30000 \text{ Hz} * 0.01 * 10^{-6}) \approx 530 \text{ ohm}$$

calcolo di Z

$$Z = \sqrt{[(1000 \text{ ohm})^2 + (530 \text{ ohm})^2]} \approx 1130 \text{ ohm}$$

È interessante ora calcolare la tensione ( $V_{bc}$ ) presente ai capi del condensatore, tra il punto (b) ed il punto (c); la corrente alternata che circola nel circuito sarà:

$$I_{ca} = V_{ab} / Z = 10 \text{ Veff.} / 1130 \text{ ohm} \approx 8.8 \text{ mA}$$

quindi la tensione ai capi di C

$$V_{bc} = I_{ca} * Xc = 8.8 \text{ mA} * 530 \text{ ohm} \approx 4.6 \text{ Veff.}$$

Il calcolo ora eseguito non mette in evidenza una caratteristica fondamentale dei condensatori per la quale la corrente alternata che circola in essi è sfasata di  $90^\circ$  rispetto alla tensione applicata.

Manca pertanto alla definizione quantitativa di  $V_{bc}$  il dato relativo allo sfasamento che questa ha rispetto alla tensione  $V_{ab}$  applicata al partitore.

Detto sfasamento si calcola con la formula:

$$\phi = \text{Arctang} (R / X_c)$$

da cui:

$$\phi = \text{Arctang} ( 1000 \text{ ohm} / 530 \text{ ohm}) \approx 62^\circ$$

con il risultato della quale possiamo infine indicare il valore completo di  $V_{bc}$  secondo le convenzioni dei simboli:

$$V_{cb} = 4.6 \text{ V} \angle 62^\circ$$

È utile osservare che:

- 1) se  $X_c$  avesse lo stesso valore di  $R$  lo sfasamento sarebbe di  $45^\circ$  e la tensione ai capi di  $R$  avrebbe la stessa ampiezza della tensione ai capi di  $C$ .
- 2) se  $X_c$  fosse molto più grande di  $R$  ( valori di  $C \ll 0.01 \mu\text{F}$ ) lo sfasamento sarebbe molto piccolo e la tensione ai capi di  $R$  sarebbe molto vicina a  $V_{ab}$
- 3) se  $X_c$  fosse molto più piccolo di  $R$  (valori di  $C \gg 0.01 \mu\text{F}$ ) lo sfasamento sarebbe prossimo ai  $90^\circ$  e la tensione ai capi di  $C$  sarebbe molto vicina a zero

Dalla terza osservazione deriva la pratica consolidata per la quale, quando la funzione di un condensatore in serie ad una resistenza  $R$  ha il solo scopo di accoppiare la prima ad un circuito dal quale non si deve fare scorrere corrente continua ma soltanto corrente alternata, si dimensiona la  $C$  affinché la  $X_c$  risulti  $X_c \ll R$  nell'ordine di  $X_c = R/100$ ; in questo modo la presenza del condensatore non è praticamente avvertita dal circuito in corrente alternata.

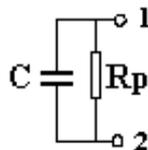
Un'altra variabile importante che definisce le caratteristiche di un condensatore è il **coefficiente di merito**, “ $Q$ ”, calcolabile con la formula:

$$Q = R_p / X_c$$

dove con  $R_p$  è indicata la resistenza parallela convenzionale dipendente dalle perdite del condensatore.

Nella figura 1.3 è mostrato il circuito equivalente di un condensatore; la funzione complessiva del componente, la reattanza  $X_c$  ed il coefficiente di merito  $Q$ , sono riscontrabili tra i punti 1 e 2, il condensatore ideale privo di perdite è indicato con  $C$ ; in parallelo ad esso è posta la resistenza convenzionale  $R_p$  che rappresenta tutte le perdite presenti nel componente.

figura 1.3



Nel paragrafo 1.6 e nel prosieguo del testo vedremo quale importante ruolo gioca il  $Q$  nei calcoli relativi ai circuiti risonanti.

L'impiego della breve teoria sopra riportata consente l'uso dei condensatori per la progettazione di: circuiti accordati, filtri di banda, catene di ritardo, sfasatori, accoppiatori, filtri d'alimentazione, ecc. Per alcune di queste applicazioni è necessario che le perdite resistive, intrinseche dei condensatori,

siano contenute; in tali casi si devono valutare attentamente le caratteristiche dei componenti fornite dal costruttore per scegliere i più adatti ed inserire a calcolo, oltre che il valore della capacità, anche il valore della resistenza di perdita.

Nel dimensionamento dei circuiti i condensatori devono avere tensioni di lavoro adatte al tipo d'impiego, la produzione di questi componenti è alquanto varia; è prudente comunque, quando è possibile, scegliere componenti con tensioni di lavoro del 50% o più delle tensioni presenti nei punti d'applicazione.

I sottomultipli dell'unità di misura della capacità ( Farad ) impiegati normalmente sono:

$$\text{pF} = 10^{-12}$$

$$\text{nF} = 10^{-9}$$

$$\mu\text{F} = 10^{-6}$$

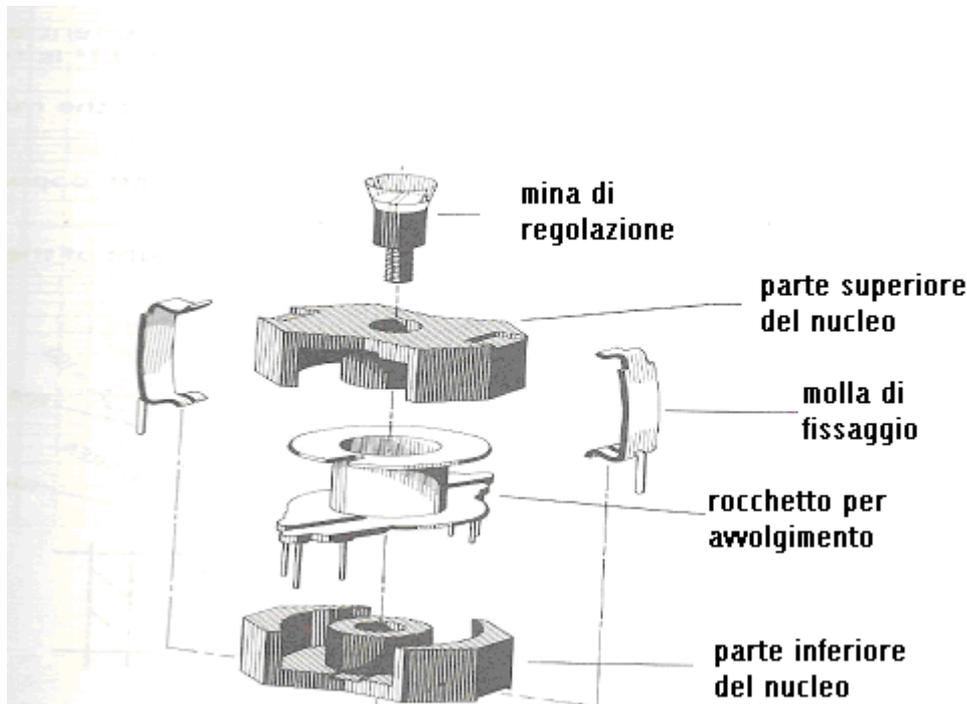
Nella tabella seguente sono riportate “ indicativamente” le caratteristiche più salienti dei condensatori reperibili sul mercato:

Gamma delle capacità	Perdite nei componenti	Tipo d'impiego	Senso di collegamento alla tensione continua	Tensione di lavoro	Simbolo grafico
Da 1 pF a 4.7 $\mu\text{F}$	Molto basse e mediobasse	Circuiti accordati ed elettronici	Indifferente	Da 63 V a 300 V	
Da 1 pF a 0.2 $\mu\text{F}$	Alte	Circuiti elettronici ed alimentatori	Indifferente	Da 100 V a 2000 V	
Da 1 $\mu\text{F}$ a 0.68 F	Alte	Circuiti elettronici ed alimentatori	Obbligato	Da + 2 V a + 600 V	

## 1.4 Gli induttori

Questa categoria di componenti, a livello di oggetto finito, non è disponibile sul mercato e deve necessariamente essere progettata e costruita in proprio utilizzando parti da assemblare quali ad esempio quelle riportate in figura 1.4.

figura 1.4



Nella figura 1.4 è mostrato, aperto, un nucleo del tipo RM7 ed i particolari necessari al suo assemblaggio, il rocchetto sul quale avvolgere la bobina che creerà l'induttanza, la mina di regolazione con la quale si procederà alla taratura del componente finito, le molle di chiusura e fissaggio delle due parti del nucleo.

La costruzione dell'induttore prevede il calcolo preliminare dell'induttanza e successivamente il calcolo delle variabili che caratterizzano le parti d'assemblare.

Iniziamo con il calcolo dell'induttanza:

Il progetto di un induttore si basa su alcune semplici formule che ne definiscono la **reattanza**, per la quale è applicabile la legge di Ohm nell'ambito dei soli circuiti in corrente alternata, ed il **coefficiente di merito** con il quale valutare la bontà dell'induttanza stessa.

La reattanza di una induttanza, indicata con  $X_L$ , è espressa dalla formula:

$$X_L = ( 2 * \pi * f * L )$$

dove con  $f$  è indicata la frequenza della tensione applicata all'induttanza e con  $L$  il valore dell'induttanza stessa espresso in Henry (H).

Avendo come obiettivo la costruzione del singolo componente, dobbiamo determinare il valore di L dal quale poi calcolare ed assemblare il componente finito; quindi dalla formula precedente dobbiamo scrivere:

$$L = X_L / ( 2 * \pi * f )$$

Un esempio di calcolo dell' induttanza L è proposto di seguito:

Sia la frequenza di lavoro  $f = 38000$  Hz

e la reattanza richiesta  $X_L = 1169$  ohm

si ha  $L = 1169 \text{ ohm} / ( 6.28 * 38000 \text{ Hz} ) \approx 0.0049 \text{ H}$

l'induttanza può essere espressa anche in millesimi di Henry ( mH ) quindi:  $L = 4.9$  mH.

Con il dato dell'induttanza che abbiamo calcolato procediamo ora al dimensionamento fisico del componente mediante l'impiego di un manuale d'uso del costruttore dei nuclei. Supponiamo di voler utilizzare un nucleo in ferrite tipo RM7 (LA4247) che indica, come numero di spire per mH, il coefficiente  $\alpha = 75.38$ .

Il numero delle spire di filo di rame smaltato da avvolgere sul rocchetto è dato da:

$$N = \alpha * \sqrt{ ( L )}$$

dove

$\alpha$  è il coefficiente sopra menzionato espresso in numero di spire per mH

L è l'induttanza espressa in mH

$$N = 75.38 * \sqrt{ ( 4.9 ) } = 167 \text{ spire}$$

Il diametro del filo è determinabile dai grafici del costruttore che indica, per circa 167 spire, un diametro di 0.3 mm.

Un'altra variabile importante che definisce le caratteristiche di un'induttanza è il **coefficiente di merito** indicato con la lettera " Q ", e calcolabile con la formula:

$$Q = R_p / X_L$$

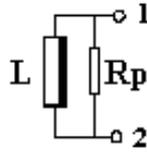
dove con  $R_p$  è indicata la resistenza parallela convenzionale dipendente, sia dalle perdite nel nucleo, sia dalle perdite dell'avvolgimento.

Nel paragrafo 1.6 e nel prosieguo del testo vedremo quale importante ruolo gioca i Q nei calcoli relativi ai circuiti risonanti.

Nella figura 1.5 è mostrato il circuito equivalente di una induttanza; la funzione complessiva del componente, la reattanza  $X_L$  ed il coefficiente di merito Q sono riscontrabili tra i punti 1 e 2,

l'induttanza ideale priva di perdite è indicata con L, in parallelo ad essa è posta la resistenza convenzionale Rp che rappresenta tutte le perdite presenti nel componente.

figura 1.5



Altre variabili devono essere considerate per l'utilizzo dell'induttore ora dimensionato; l'induzione massima ammissibile "B" e la corrente continua applicabile Idc.

Eccedere sul valore dell'induzione "B" significa portare il nucleo a lavorare in saturazione.

Eccedere sul valore di Idc significa alterare il valore dell'induttanza calcolata.

Entrambi i valori sono indicati dal costruttore:

per il nucleo preso in esame è indicato:

$$B_{max} = 3000 \text{ Gauss}$$

per il valore di Idc è riportata una curva dalla quale si determina la percentuale di variazione di L in funzione della corrente continua fatta circolare nell'induttanza.

Un esempio chiarirà quanto detto:

- Controllo dell'induzione

L'induzione, espressa in Gauss, si controlla mediante l'applicazione della formula:

$$B = (V_{ca} * 10^8) / (S * 4.44 * f * N)$$

dove

Vca è la tensione efficace applicata

f è la frequenza della tensione Va

N è il numero di spire dell'induttanza

S è la superficie, in cm<sup>2</sup>, del nucleo attraversata dal flusso magnetico

(questo valore o è fornito dal costruttore o è facile rilevarlo dalle dimensioni del nucleo)

Si supponga di voler applicare all'induttanza, ora progettata, una tensione Vca di 50 Veff alla

frequenza già menzionata f = 38000 Hz, essendo N = 167 e S = 0.4 cm<sup>2</sup>, si ha

$$B = (50 * 10^8) / (0.4 * 4.44 * 38000 * 167) = 443 \text{ Gauss}$$

risultando B << Bmax l'induttanza lavora correttamente lontano dalla saturazione

- Controllo della corrente continua applicata

L'influenza del passaggio di corrente continua nell'induttanza si controlla mediante la formula:

$$k = I_{dc} * \sqrt{L}$$

dove

k è una variabile da impostare come ascissa di un diagramma fornito dal costruttore

Idc è la corrente circolante nell'induttanza espressa in mA

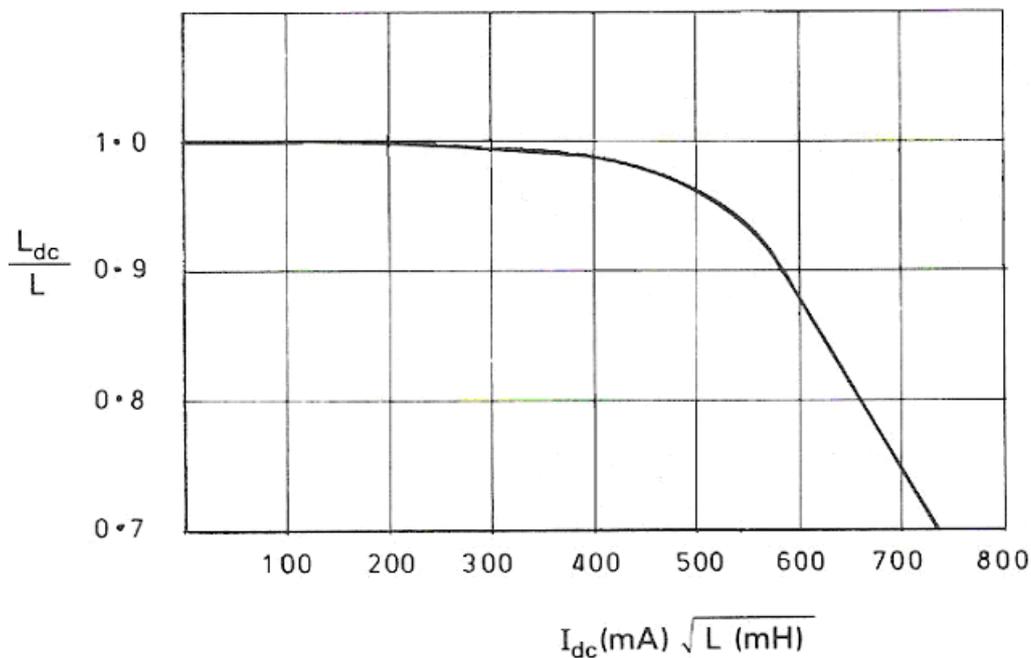
L è il valore dell'induttanza espresso in mH

Si supponga ora che nell'induttanza si debba fare scorrere, oltre che la corrente alternata, anche una corrente continua  $I_{dc} = 100 \text{ mA}$  e che, per il passaggio di questa, si accetti una variazione di L dell'ordine del 2%; il valore di k sarà :

$$k = 100 * \sqrt{4.9} \approx 221$$

Se con questo valore andiamo a consultare il diagramma di figura 1.6 otteniamo, in corrispondenza dell'ascissa  $k = 221$ , un'ordinata di 0.99 che indica una variazione di circa l'1% dell'induttanza L rispetto alla stessa non percorsa da corrente continua. Essendo questa variazione inferiore a quella tollerata possiamo accettarla.

figura 1.6



Per chiudere questo paragrafo è necessario ricordare che sul mercato sono numerose le case costruttrici dei nuclei in ferrite e altrettanto numerosi sono i tipi di nuclei che ciascun costruttore mette a disposizione del progettista.

Questi componenti sono disponibili in due forme con diverse sezioni ciascuna:

-Nuclei a forma di pseudo rombo

dai più piccoli, che presentano un ingombro esterno di base di circa 12 x 12 mm (nuclei tipo RM5), ai più grandi che hanno un ingombro di base di circa 35 x 35 mm (nuclei tipo RM14).

-Nuclei a forma circolare

dai più piccoli, che presentano un diametro di circa 7 mm, ai più grandi che hanno un diametro di circa 36 mm.

I nuclei vengono costruiti, sia con traferro, con mine di regolazione per la messa a punto del valore dell'induttanza, sia senza traferro.

I nuclei senza traferro hanno, a parità di dimensione con gli altri, dei valori di  $\alpha$  inferiori.

Nella vasta produzione di questi componenti il progettista può scegliere tra la notevole gamma delle seguenti caratteristiche quelle più adatte al proprio scopo:

- dimensioni esterne
- con mina di regolazione
- senza mina di regolazione
- valore di  $\alpha$
- valore di B
- valore del Q realizzabile

ed innumerevoli altre illustrate nei cataloghi specializzati forniti dalle case costruttrici.

### 1.5 I piccoli trasformatori

Con la dizione “piccoli trasformatori” si comprende una vasta categoria di componenti progettati per l’impiego nella circuitazione analogica, sia per la trasformazione dei segnali, sia per il trattamento di modeste potenze elettriche.

Sulla scorta di quanto esposto nel paragrafo 1.4 è facile impostare la procedura di calcolo per il dimensionamento di piccoli trasformatori.

Un “piccolo trasformatore” può nascere semplicemente mediante l’impiego dell’induttore già calcolato in precedenza. Vediamo come:

Supponiamo di voler applicare ad un circuito una tensione di 1 V eff a 38000 Hz partendo da un generatore che fornisce una tensione di 40 V eff.

Assumendo l’impedenza del generatore  $Z_g = 10 \text{ ohm}$  e l’impedenza dell’utilizzatore  $Z_u = 20 \text{ ohm}$  possiamo pensare di utilizzare l’induttore già progettato nel paragrafo 1.4 secondo il seguente ragionamento:

- Per modificare l’induttore a foggia di trasformatore si dovrà avvolgere sopra le  $N = 167$  spire (definite come primario) un secondario con un numero  $n_s$  di spire che soddisfi la relazione:

$$N / n_s = V_p / V_s$$

ovvero

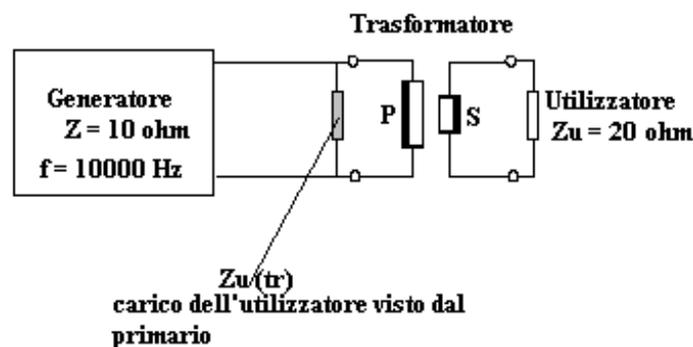
$$N / n_s = 40 \text{ V eff.} / 1 \text{ V eff.} = 40$$

da cui

$$n_s = N / 40 = 167 / 40 \approx 4 \text{ spire}$$

- Naturalmente si deve verificare che il primario non carichi il generatore, né con la propria impedenza, né con l’impedenza trasferita dal carico; questo controllo si esegue semplicemente con l’ausilio della figura 1.7 nella quale è mostrato tutto il circuito da impiegare.

figura 1.7



Il primario P, presentando al generatore una reattanza  $X_L = 1169 \text{ ohm}$ , rappresenta un carico reattivo trascurabile essendo  $X_L =$  oltre 100 volte l’impedenza del generatore.

Il secondario S trasferisce al primario il carico dell’utilizzatore secondo l’espressione:

$$Z_u(\text{tr}) = (N / n_s)^2 * Z_u$$

che a numeri diventa

$$Z_u(\text{tr}) = (167 / 4)^2 * 20 \text{ ohm} = 34861 \text{ ohm}$$

valore del tutto indifferente per il generatore.

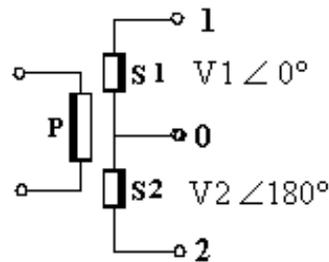
### 1.5.1 Il trasformatore bilanciato

I circuiti analogici necessitano a volte di un trasformatore che abbia la possibilità di trasferire un livello di tensione ad due livelli più bassi o più alti con fase opposta l'uno all'altro; questo trasformatore prende il nome di "trasformatore bilanciato" perché le due tensioni che deve fornire devono essere uguali d'ampiezza.

Il procedimento di progetto è simile a quello illustrato nel paragrafo 1.5 ma la realizzazione richiede alcune attenzioni di carattere costruttivo che andremo ad esaminare.

Vediamo intanto come deve essere impostato il calcolo del nuovo trasformatore sulla base del suo schema elettrico riportato in figura 1.8

figura 1.8



La figura mostra il trasformatore corredato di due secondari S1 ed S2 collegati in serie, la tensione in uscita da S1, tra i punti 0 ed 1, presa come riferimento nel nostro ragionamento, è  $V_1 \angle 0^\circ$ , mentre la tensione in uscita da S2, tra i punti 0 e 2, è in opposizione di fase rispetto a  $V_1$ , è cioè  $V_2 \angle 180^\circ$ .

Questo risultato si ottiene collegando la fine dell'avvolgimento di S1 con l'inizio dell'avvolgimento di S2.

Affinché i due secondari risultino identici è necessario avvolgerli contemporaneamente utilizzando una coppia di fili smaltati; per assicurare inoltre il miglior accoppiamento dei due secondari con il primario è necessario avvolgere il trasformatore in tre fasi:

- 1) Si inizia avvolgendo le prime  $N/2$  spire del primario
- 2) Si procede ad avvolgere sopra alle prime  $N/2$  la coppia dei fili che formano i due secondari
- 3) Si conclude avvolgendo le restanti  $N/2$  spire del primario

Vista la tecnica costruttiva vediamo come progettare un trasformatore bilanciato idoneo a fornire due tensioni in opposizione di fase di 2 V eff. a 7500 Hz su di un carico  $R_c$  di 100 ohm, se pilotato da un generatore di segnali che fornisce una tensione di 35 V eff. su  $Z_g = 60$  ohm.

Dividiamo il lavoro in sezioni:

- 1) Calcolo della reattanza del primario per non caricare il generatore con un buon margine di sicurezza possiamo scrivere

$$X_L = 100 * Z_g = 100 * 60 \text{ ohm} = 6000 \text{ ohm}$$

e quindi

$$L = X_L / (2 * \pi * f) = 6000 \text{ ohm} / (6.28 * 7500 \text{ Hz}) \approx 127.4 \text{ mH}$$

- 2) Calcolo del rapporto spire primario/secondario

$$N_p / n_s = V_p / V_s = 35 \text{ V}_{\text{eff}} / 2 \text{ V}_{\text{eff}} = 17.5$$

3) Calcolo del carico di un secondario trasferito sul primario

$$R_{\text{trasf}} = (N / n_s)^2 * R_c = (17.5)^2 * 100 \text{ ohm} = 30625$$

Data la presenza di due secondari la resistenza di carico trasferita sarà

$$R_{\text{tras. complessiva}} = R_{\text{trasf}} / 2 = 30625 \text{ ohm} / 2 = 15312 \text{ ohm}$$

il valore complessivo trasferito di  $R_c$  non è rilevante essendo molto maggiore di  $Z_g$

4) Scelta del nucleo e calcolo del numero delle spire degli avvolgimenti

Orientandoci sul nucleo LA4247 con traferro e mina di regolazione, già preso ad esempio in precedenza, avremo

$$N = \alpha * \sqrt{L} = 75.38 * \sqrt{124.7 \text{ mH}} = 841 \text{ spire}$$

essendo il valore di  $N$  sensibilmente elevato, porterebbe inevitabilmente a sezioni del filo troppo piccole, quindi, difficilmente compatibili con la tecnica costruttiva suggerita per gli avvolgimenti; si rende necessaria pertanto una seconda scelta del nucleo, ad esempio con un valore di  $\alpha$  inferiore a 75.38. Questa esigenza è soddisfatta scegliendo, a parità di dimensioni con il precedente, il nucleo FX2238 che ne è un analogo, senza traferro e senza mina di regolazione, con un valore di  $\alpha = 19.5$ ; ripetendo il calcolo per  $N$  si ha:

$$N = \alpha * \sqrt{L} = 19.5 * \sqrt{124.7 \text{ mH}} = 218 \text{ spire}$$

Questo nuovo valore di  $N$  ci garantisce una ragionevole facilità costruttiva del trasformatore, facilità che dobbiamo pagare non potendo più aggiustare l'induttanza del trasformatore con la mina di regolazione; in questo caso specifico la cosa risulta indifferente dato che il trasformatore non viene utilizzato per "accordare" alcun circuito (su questa problematica torneremo nell'ambito della progettazione dei circuiti risonanti).

5) Calcolo degli avvolgimenti secondari

Il numero  $n_s$  di spire per ciascuno degli avvolgimenti secondari è dato da :

$$N / n_s = V_p / V_s$$

ovvero

$$N / n_s = 35 \text{ V eff.} / 2 \text{ Veff.} = 17.5$$

da cui

$$n_s = N / 17.5 = 218 / 17.5 \approx 12 \text{ spire}$$

6) Calcolo dell'induzione

L'induzione è calcolabile con la formula

$$B = (V_{ca} * 10^8) / (S * 4.44 * f * N)$$

Essendo, per il nucleo FX2238,  $S = 0.3 \text{ cm}^2$   $B_{\text{max}} = 3000 \text{ Gauss}$  si ha

$$B = ( 35 V_{\text{eff}} * 10^8 ) / ( 0.3 \text{ cm}^2 * 4.44 * 7500 \text{ Hz} * 218 \text{ spire} ) = 1607 \text{ Gauss}$$

Il valore di B soddisfa alla condizione  $B < B_{\text{max}}$

7) Calcolo della sezione dei fili degli avvolgimenti

Dai dati riportati dal costruttore si evince:

$$\text{per } 218(P) + 12(S1) + 12(S2) \text{ spire} = 242 \text{ spire}$$

diametro del filo = 0.2 mm per tutti gli avvolgimenti

Sul diametro del filo è necessaria una precisazione:

Generalmente nel progetto di un trasformatore di potenza si destina la metà dello spazio disponibile per gli avvolgimenti al primario e l'altra metà ai secondari. In questo esercizio abbiamo assunto lo stesso diametro del filo per tutti gli avvolgimenti per due ragioni, la prima è relativa alla irrilevante potenza in gioco richiesta sugli avvolgimenti secondari

$$P = 2 * V_s^2 / R_c = 2 * ( 2 V_{\text{eff}} )^2 / 100 = 0.08 \text{ W}$$

La seconda ragione è legata alle caratteristiche costruttive imposte che non avrebbero consentito la distribuzione dello spazio, in uguale misura, per primario e secondari, date le piccole dimensioni del rocchetto d'avvolgimento.

### 1.5.2 Il trasformatore rifasato

In alcune applicazioni dei trasformatori di segnale è necessario procedere al “rifasamento” del trasformatore per consentirne il collegamento con il generatore; con il rifasamento si cancella la reattanza induttiva per una data frequenza, ed il trasformatore appare al carico, a causa delle inevitabili perdite del trasformatore stesso, come se fosse una resistenza pura.

Vediamo con il seguente esempio di progetto come si presenta questo caso:

Si debba progettare un trasformatore idoneo ad essere collegato ad un generatore che presenti una impedenza  $Z_g = 2500 \text{ ohm}$  e sia obbligata la reattanza dell'avvolgimento primario al valore  $X_L = 3000 \text{ ohm}$  alla frequenza di 500 Hz.

È chiaro che se collegassimo questo tipo di trasformatore al generatore, quest'ultimo si troverebbe in condizioni di funzionamento anomalo essendo il carico reattivo quasi uguale dell'impedenza del generatore. Il problema si risolve con il rifasamento della reattanza del primario del trasformatore mediante l'inserzione, in parallelo a detto primario, di un condensatore  $C_r$  opportunamente calcolato.

Il rifasamento si realizza quando sia posto

$$X_{Cr} = X_L$$

che con i valori in gioco risulta

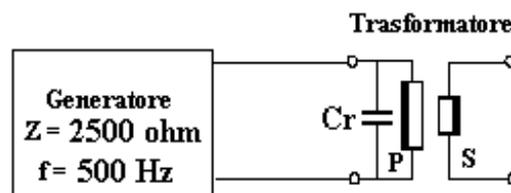
$$X_{Cr} = 3000 \text{ ohm}$$

da cui

$$C_r = 1 / (6.28 * 500 \text{ Hz} * 3000 \text{ ohm}) = 0.1 \mu\text{F}$$

Il nuovo circuito riportato, in figura 1.9, mostra il trasformatore con il condensatore di rifasamento  $C_r$  collegati al generatore.

figura 1.9



Nella figura non è stata disegnata la resistenza di perdita del trasformatore ritenuta, ipoteticamente, di valore irrilevante ai fini del carico del generatore.

Anche per i trasformatori rifasati deve essere controllata l'induzione che deve sempre risultare inferiore alla massima consentita per il tipo di nucleo.

### 1.5.3 I trasformatori per segnali in bassa frequenza

Alcune volte, nell'ambito della progettazione dei circuiti analogici, si devono dimensionare piccoli trasformatori in grado di trasferire dei segnali in bande di bassa frequenza; segnali, ad esempio, il cui spettro è compreso tra 10 e 1000 Hz.

In questo campo di frequenze l'impiego dei nuclei in ferrite, dei quali abbiamo trattato in precedenza, non è possibile a causa dei valori di  $\alpha$  (numero di spire per mH) che, anche per i tipi con dimensioni più grandi, non scendono sotto le 7.5 spire per mH.

Per chiarire le idee vediamo un esempio di calcolo:

Supponiamo di dover dimensionare un trasformatore in grado di essere collegato ad un generatore avente impedenza di 10000 ohm; il trasformatore deve trasferire dei segnali compresi nel campo di frequenze tra 10 Hz e 1000 Hz.

Se vogliamo che il generatore non risenta del carico reattivo del trasformatore dobbiamo procedere come negli esercizi precedenti e, per l'induttanza del primario, scrivere:

$$X_L = 100 * 10000 \text{ ohm} = 1000000 \text{ ohm}$$

ad un valore di  $X_L$  di 1000000 ohm corrisponde, alla frequenza di 10 Hz, l'induttanza:

$$L = X_L / (2 * \pi * f) = 1000000 \text{ ohm} / (6.28 * 10 \text{ Hz}) \approx 15900 \text{ H}$$

Poichè valore di  $L$  calcolato è eccessivo e non realizzabile, si deve tentare il calcolo imponendo che la reattanza del primario sia soltanto 10 volte l'impedenza del generatore, cioè

$$X_L = 10 * 10000 \text{ ohm} = 100000 \text{ ohm}$$

da cui il nuovo valore di  $L$

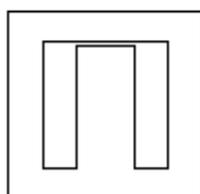
$$L = X_L / (2 * \pi * f) = 100000 \text{ ohm} / (6.28 * 10 \text{ Hz}) \approx 1590 \text{ H}$$

Se pur ancora molto grande il valore di  $L$  ipotizziamo l'impiego di un nucleo in ferrite di massime dimensioni (circa 35 mm) senza traferro; possiamo contare su di un valore di  $\alpha = 7.5$  e calcolare il numero di spire necessarie all'avvolgimento del primario:

$$N = 7.5 * \sqrt{1590000} = 9457 \text{ spire}$$

Un trasformatore così impostato è difficilmente fattibile; per esso non è neppure applicabile la tecnica del rifasamento dato che le frequenze di lavoro si estendono in una ampia gamma. È necessario pertanto intraprendere una diversa strada per ottenere il componente voluto. Si tratta di orientarsi su nuclei di Mumetal M20, che, con ingombri sensibilmente inferiori ai nuclei di ferrite più grandi, consentono la realizzazione delle reattanze richieste con un numero di spire ragionevole. Questo tipo di nuclei è formato da lamelle il cui disegno è riportato in figura 1.10; hanno dimensioni di 20 x 20 mm ed uno spessore di circa 2/10 mm, con esse si possono realizzare dei pacchetti dell'altezza richiesta. Il materiale non si trova facilmente sul mercato ma, in caso di necessità, la ricerca, magari su internet, vale ben la pena di essere condotta.

figura 1.10



**lamierino M20**  
**-disegno non in scala-**

### 1.5.4 I piccoli autotrasformatori

Gli autotrasformatori si possono considerare versioni ridotte dei trasformatori; non hanno infatti primario e secondario ma soltanto un primario che svolge entrambe le funzioni.

Un “piccolo autotrasformatore” può nascere semplicemente mediante l’impiego di un induttore; vediamo come con due esempi:

**Primo esempio:**

Supponiamo di voler applicare ad un circuito una tensione di 1 V eff a 38000 Hz partendo da un generatore che fornisce una tensione di 40 V eff. pensando di utilizzare l’induttore già progettato nel paragrafo 1.4 secondo il seguente ragionamento:

per modificare l’induttore a foggia di autotrasformatore “in discesa” si dovrà collegare una presa intermedia su di una parte di ns spire sul totale delle Np =167 spire (definite come primario), in questo caso si potrà scrivere

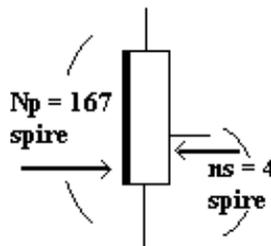
$$N_p / n_s = V_p / V_s$$

ovvero

$$N_p / n_s = 40 \text{ V eff.} / 1 \text{ V eff.} = 40$$

da cui

$$n_s = N_p / 40 = 167 / 40 \approx 4 \text{ spire}$$



**Secondo esempio:**

Supponiamo di voler applicare ad un circuito una tensione di 20 V eff a 38000 Hz partendo da un generatore che fornisce una tensione di 15 V eff. pensando di utilizzare l’induttore già progettato nel paragrafo 1.4 secondo il seguente ragionamento:

per modificare l’induttore a foggia di autotrasformatore “in salita” si dovranno aggiungere, oltre le Np =167 spire (definite come primario) , altre nk spire secondo il rapporto:

$$N_p / ( N_p + n_k ) = V_p / V_s$$

ovvero

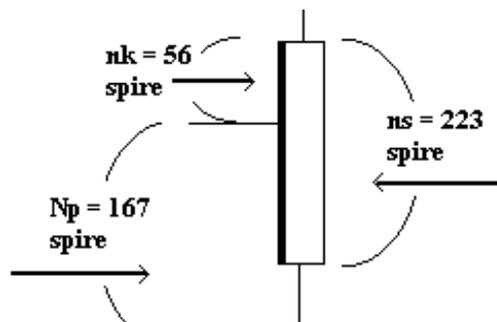
$$n_k = N_p * (V_s - V_p ) / V_p$$

da cui

$$n_k = 167 * (20 \text{ V eff.} - 15 \text{ V eff.}) / 15 \text{ V eff.} \approx 56 \text{ spire}$$

per un totale di ns spire pari a

$$n_s = N_p + n_k = 167 \text{ spire} + 56 \text{ spire} = 223 \text{ spire}$$

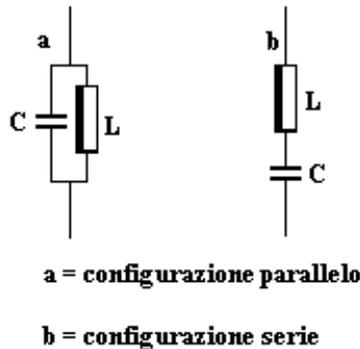


L’autotrasformatore non consente l’isolamento ohmmico tra primario e secondario essendo i due elettricamente connessi; se tale isolamento è richiesto si deve utilizzare, invece, un trasformatore.

## 1.6 I circuiti risonanti

I circuiti risonanti, detti anche circuiti accordati o selettivi, sono strutture fondamentali per la progettazione dell'elettronica analogica; con essi si realizzano oscillatori, filtri di banda, circuiti di reiezione, sistemi di accordo per trasduttori, ecc. La configurazione di un circuito risonante si avvale dei componenti elementari quali l'induttanza ed il condensatore collegati tra loro, o in serie o in parallelo, così come è mostrato in figura 1.11.

figura 1.11



Nella figura sono rappresentate le due configurazioni circuitali nell'ipotesi che entrambi i componenti che le costituiscono siano privi di perdite.

La caratteristica dei circuiti risonanti è data dalla "frequenza di risonanza", frequenza per la quale il circuito risonante parallelo presenta impedenza elevata mentre il circuito risonante serie presenta impedenza bassa.

Alla frequenza di risonanza, e in assenza di perdite, i valori numerici di  $X_c$  e di  $X_L$  coincidono, sia per il circuito parallelo che per il circuito serie, da ciò si ricava la formula generale che consente il calcolo di tale frequenza:

$$F_r = 1 / [ (2 * \pi) * \sqrt{(L * C)} ]$$

dove

la frequenza è espressa in Hertz

la capacità C è espressa in Farad

l'induttanza L in Henry

Un rapido calcolo consentirà di comprendere come impiegare la formula:

Supponiamo di dover calcolare la frequenza di risonanza di un circuito formato dal parallelo di un condensatore da  $0.1 \mu\text{F}$  ed un'induttanza da  $30 \text{ mH}$ ; applicando la formula si ha:

$$F_r = 1 / [ (2 * 3.14) * \sqrt{(0.03\text{H} * 0.1 * 10^{-6} \text{F})} ] = 2907.23 \text{ Hz}$$

Sviluppando la formula in L od i C si ottengono due espressioni utili per calcolare, una volta stabilita la frequenza  $F_r$  voluta, quale valori di C o di L utilizzare per realizzare il circuito risonante interessato; le due formule sono le seguenti:

$$L = 1 / [ (2 * \pi * F_r)^2 * C ]$$

$$C = 1 / [ (2 * \pi * F_r)^2 * L ]$$

Le formule ora indicate sono utili per il calcolo di un componente nel caso in cui, impostata la frequenza di risonanza desiderata, si abbia a disposizione l'altro componente; vediamo due esempi:

Si voglia realizzare un circuito risonante alla frequenza di 12000 Hz avendo a disposizione un condensatore da 10000 pF; si applica la prima formula e si ottiene:

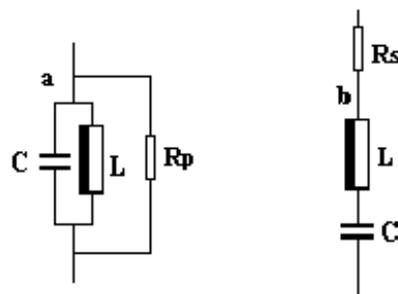
$$L = 1 / [ (2 * 3.14 * 12000)^2 * 0.01 * 10^{-6} \text{ F} ] = 17.6 \text{ mH}$$

Si voglia realizzare un circuito risonante alla frequenza di 32000 Hz avendo a disposizione un'induttanza da 3 mH; si applica la seconda formula e si ottiene:

$$C = 1 / [ (2 * 3.14 * 32000)^2 * 0.003 \text{ H} ] = 8253 \text{ pF}$$

È indispensabile a questo punto ricordare che abbiamo iniziato l'esame dei circuiti risonanti partendo da configurazioni circuitali prive di perdite allo scopo di non mettere troppe variabili in gioco; è giunto ora il momento di rivedere i circuiti di figura 1.11 e di completarli con i simboli circuitali relativi alle perdite dei componenti (figura 1.12).

figura 1.12



**a = configurazione parallelo**

**b = configurazione serie**

Nella figura con i simboli Rp ed Rs sono indicate le perdite complessive del condensatore e dell'induttanza, queste resistenze ideali caratterizzano il coefficiente di merito del circuito risonante che, similmente a quello dei singoli componenti, è indicato con il simbolo Q. L'introduzione di questa nuova variabile è alla base di tutte le computazioni relative all'impiego pratico dei circuiti risonanti; è necessario pertanto esplicitarla con l'ausilio di una formula di calcolo.

Il coefficiente di merito per un circuito risonante parallelo si esprime come:

$$Q = R_p / X_L$$

oppure come:

$$Q = R_p / X_c$$

Il coefficiente di merito per un circuito risonante serie si esprime come segue:

$$Q = X_L / R_s$$

oppure:

$$Q = X_c / R_s$$

Vediamo ora di applicare le formule per il calcolo del Q dei due circuiti risonanti di cui si sono calcolati i componenti all'inizio.

Per il primo caso, in cui abbiamo calcolato l'induttanza, i valori che definiscono il circuito risonante sono:

$$L = 17.6 \text{ mH}$$

$$F = 12000 \text{ Hz}$$

$$C = 10000 \text{ pF}$$

supponiamo che tale circuito sia di tipo parallelo con una resistenza di perdita complessiva pari a

$$R_p = 300000 \text{ ohm}$$

calcolando la reattanza  $X_L$  risulta

$$X_L = 6.28 * 12000 \text{ Hz} * 17.6 \text{ mH} = 1326.3 \text{ ohm}$$

ed infine il valore del coefficiente di merito

$$Q = 300000 \text{ ohm} / 1326.3 \text{ ohm} \approx 226$$

Il valore del Q che abbiamo ottenuto è da ritenersi buono per la maggior parte delle applicazioni pratiche; valori superiori sono realizzabili.

Per il secondo caso, in cui abbiamo calcolato la capacità, i valori che definiscono il circuito risonante sono:

$$L = 3 \text{ mH}$$

$$F = 32000 \text{ Hz}$$

$$C = 8253 \text{ pF}$$

Supponiamo che tale circuito sia di tipo serie con una resistenza di perdita complessiva pari a

$$R_s = 55 \text{ ohm}$$

calcolando la reattanza  $X_L$  risulta

$$X_L = 6.28 * 32000 \text{ Hz} * 3 \text{ mH} = 602.8 \text{ ohm}$$

ed infine il valore del coefficiente di merito

$$Q = 602.8 \text{ ohm} / 55 \text{ ohm} \approx 11$$

Il valore del Q che abbiamo ottenuto è da ritenersi poco buono per la maggior parte delle applicazioni pratiche; valori superiori sono realizzabili.

Gli esercizi che abbiamo ora sviluppato erano strutturati ad arte per mostrare come applicare le formule di calcolo ed ottenere, in un caso un Q elevato, e nell'altro un Q basso; nell'impiego pratico il valore del Q dipenderà, o dalle condizioni fisiche dei componenti, o dalle prime e dalle condizioni imposte dal progettista per ottenere risultati particolari. Nei paragrafi successivi esamineremo questa importante problematica.

### 1.6.1 Le caratteristiche di selettività dei circuiti risonanti serie

Una delle particolarità più significative dei circuiti risonanti è costituita dal loro comportamento al variare della frequenza. Facendo ad esempio riferimento al circuito serie questo mostrerà una resistenza molto bassa alla frequenza  $f_r$ , e una reattanza induttiva che andrà ad aumentare per valori della frequenza superiori ad  $f_r$  o capacitiva che andrà ad aumentare per valori della frequenza inferiori ad  $f_r$ .

L'andamento della legge di variazione citata è rappresentato dalla funzione matematica sotto riportata che esprime l'impedenza  $Z$  in funzione della frequenza:

$$Z = \sqrt{\{(R_s)^2 + [(\omega * L) - (1 / \omega * C)]^2\}}$$

dove

$L$  = valore dell'induttanza in Henry

$C$  = valore della capacità in Farad

$R_s$  = valore della resistenza in ohm (resistenza che racchiude le perdite totali su  $L$  e su  $C$ )

$\omega = 2 * \pi * f$  detta pulsazione angolare in cui  $f$  è espresso in Hertz

Per evidenziare l'azione del circuito risonante nell'ambito di un circuito utilizzatore si deve prendere in considerazione la corrente  $I_s$  che scorre in esso al variare della frequenza mediante l'espressione

$$I_s = V / Z$$

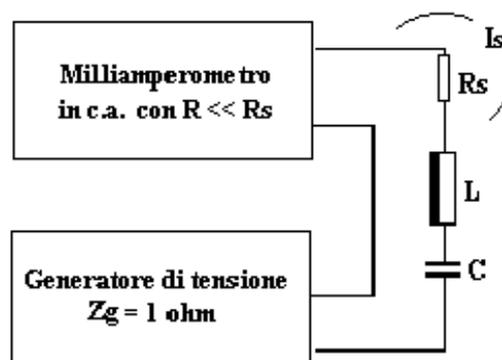
cioè:

$$I_s = V / \sqrt{\{(R_s)^2 + [(\omega * L) - (1 / \omega * C)]^2\}}$$

dove  $V$  è la tensione di un generatore a bassissima impedenza ( generatore di tensione)

La curva dell'andamento della  $I_s$  in funzione della frequenza è controllabile sperimentalmente disponendo un circuito di misura come riportato in figura 1.13.

figura 1.13



Lo schema di misura è impostato per controllare come varia  $I_s$ , quindi  $Z$ , in dipendenza della frequenza. Il generatore, a frequenza variabile, ha il compito di fornire la tensione alternata,  $V_g = 0.5 V_{eff}$ , su bassa impedenza ( $Z_g = 1 \text{ ohm}$ ) per eseguire la misura, il milliamperometro ha il compito di misurare la corrente circolante nel circuito oscillante. Un esempio numerico aiuterà a comprendere meglio la procedura di misura; ipotizziamo che il circuito risonante abbia le seguenti caratteristiche:

frequenza di risonanza  $f_r = 5000 \text{ Hz}$

induttanza  $L = 159 \text{ mH}$

capacità  $C = 6360 \text{ pF}$

reattanza induttiva  $X_L = 5000 \text{ ohm}$

reattanza capacitiva  $X_C = 5000 \text{ ohm}$

resistenza di perdita  $R_s = 50 \text{ ohm}$

coefficiente di merito  $Q = 100$

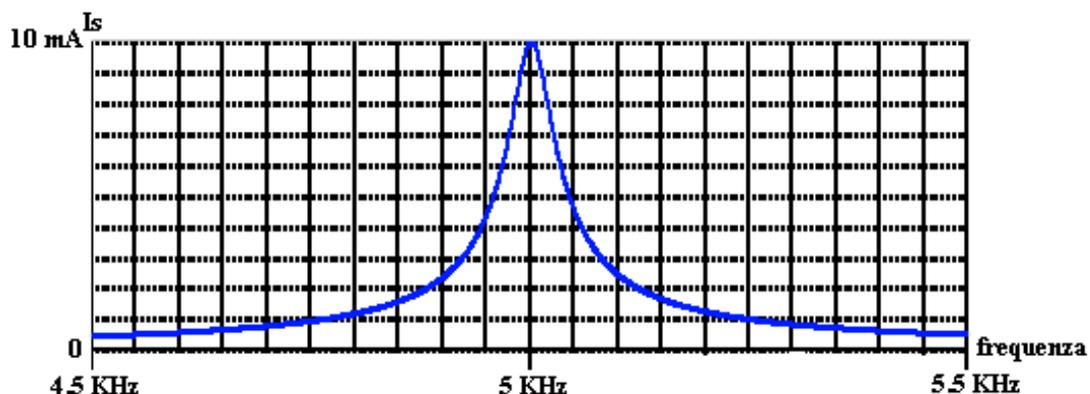
Per  $V_g = 0.5 V_{eff}$ , la corrente  $I_s$  sarà espressa dalla relazione

$$I_s = 0.5 V_{eff} / \sqrt{\{(50 \text{ ohm})^2 + [(6.28 * f * 0.159 \text{ H}) - (1 / 6.28 * f * 6360 * 10^{-12} \text{ F})]^2\}}$$

relazione verificabile mediante il circuito di misura di figura 1.13 al variare della frequenza in un intervallo di valori compreso tra 4500 e 5500 Hz.

La curva teorica dell'andamento di  $I_s$  è riportata come riscontro alla correttezza delle misure nella curva di figura 1.14

Figura 1.14



La figura mostra come per  $f = f_r = 5000 \text{ Hz}$  la corrente  $I_s$  raggiunga il massimo valore pari a

$$I_s = V_g / R_s = 0.5 V_{eff} / 50 \text{ ohm} = 10 \text{ mA}$$

e che per valori di  $f$  superiori od inferiori a 5000 Hz la corrente  $I_s$  decresca rapidamente; quest'andamento, detto selettività del circuito risonante, è tanto più marcato quanto è elevato il  $Q$  del circuito ossia quanto più piccole sono le perdite espresse da  $R_s$ .

Si deve osservare che alla risonanza la corrente  $I_s$  è:

$$I_s = V_g / R_s$$

essendo  $Q = X_c / R_s$

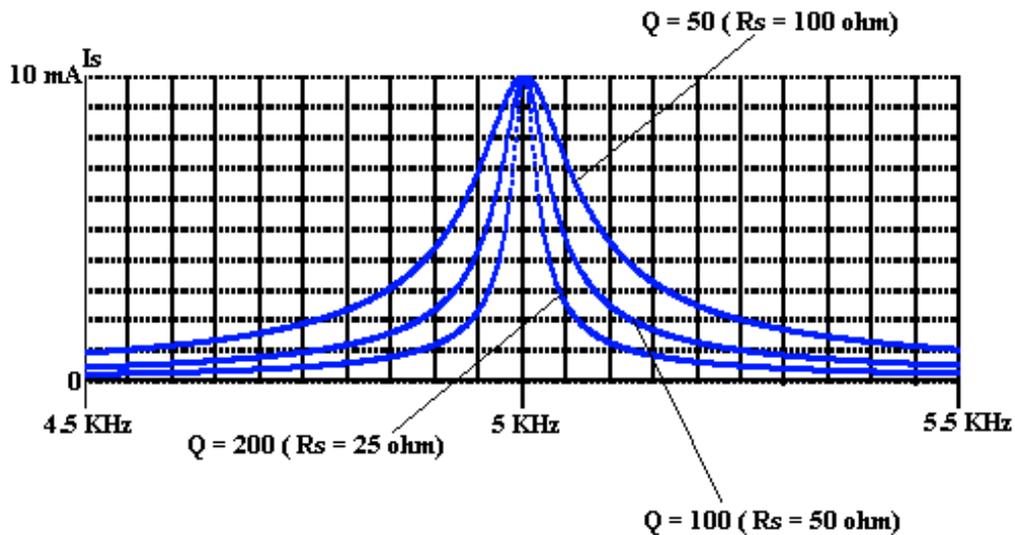
si può scrivere

$$I_s = V_g * Q / X_c$$

e concludere che la corrente  $I_s$ , che scorre nel circuito serie alla frequenza di risonanza, è proporzionale al valore di  $Q$ .

È interessante un confronto tra la figura 1.14, tracciata per  $R_s = 50$  ohm ( $Q = 100$ ) e  $V_g = 0.5$  Veff., con la figura 1.15 nella quale, assieme alla curva di selettività per  $Q = 100$ , sono riportate anche due ipotetiche curve, una per  $Q = 200$  ( $R_s = 25$  ohm) e  $V_g = 0.25$  Veff. e l'altra per  $Q = 50$  ( $R_s = 100$  ohm) e  $V_g = 1$  V eff.; si ha modo di osservare come la curva per  $Q = 200$  è molto più ripida della prima, mentre la curva per  $Q = 50$  è meno ripida della prima.

figura 1.15



### 1.6.2 Le caratteristiche di selettività dei circuiti risonanti parallelo

Il comportamento di un circuito risonante parallelo al variare della frequenza è simile al comportamento del circuito risonante serie.

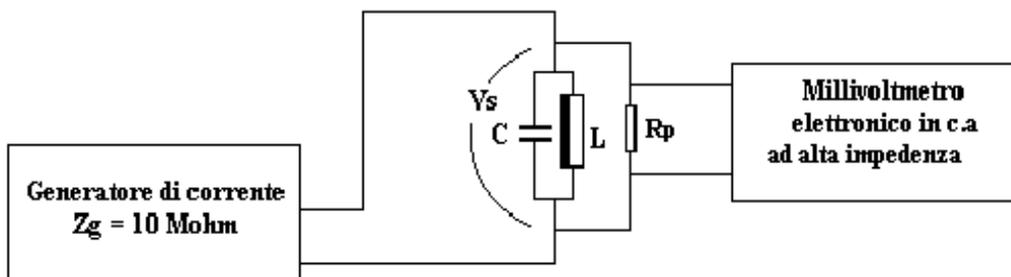
Le formule che definiscono l'impedenza del circuito parallelo sono molto complicate e di difficile impiego, le curve di selettività però, se il coefficiente di merito del circuito parallelo è  $Q > 10$ , sono praticamente coincidenti con quelle del circuito serie.

Così come per il circuito serie è definita con  $I_s$  la corrente che scorre attraverso di esso, così per il circuito parallelo è definita con  $V_s$  la tensione che si forma ai capi di quest'ultimo.

La differenza sostanziale tra i due circuiti è: che in quello serie è la corrente  $I_s$  alla risonanza che varia in funzione della frequenza ed è proporzionale a  $Q$ , mentre in quello parallelo è la tensione  $V_s$  alla risonanza che varia in funzione della frequenza ed è anch'essa proporzionale a  $Q$ .

La curva dell'andamento della  $V_s$  in funzione della frequenza è controllabile sperimentalmente predisponendo un circuito di misura come riportato in figura 1.16.

figura 1.16



Lo schema di misura è impostato per controllare come varia  $V_s$  in dipendenza della frequenza. Il generatore, a frequenza variabile, ha il compito di fornire la corrente alternata,  $I_g = 0.02 \text{ mA}$ , su alta impedenza ( $Z_g = 10 \text{ Mohm}$ ) per eseguire la misura, il millivoltmetro ha il compito di misurare la tensione ai capi nel circuito oscillante. Un esempio numerico aiuterà a comprendere meglio la procedura di misura; ipotizziamo che il circuito risonante abbia le seguenti caratteristiche:

frequenza di risonanza  $f_r = 5000 \text{ Hz}$

induttanza  $L = 159 \text{ mH}$

capacità  $C = 6360 \text{ pF}$

reattanza induttiva  $X_L = 5000 \text{ ohm}$

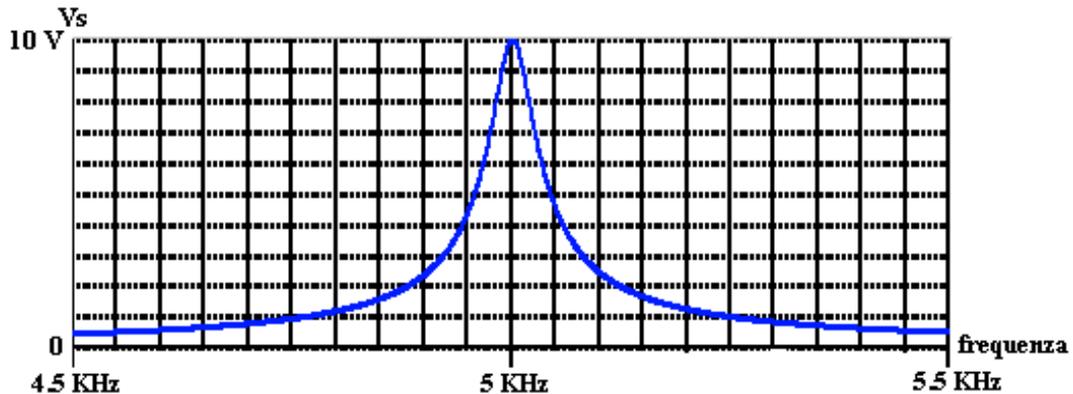
reattanza capacitiva  $X_C = 5000 \text{ ohm}$

resistenza di perdita  $R_p = 500000 \text{ ohm}$

coefficiente di merito  $Q = 100$

La curva teorica dell'andamento di  $V_s$  è riportata come riscontro alla correttezza delle misure nella curva di figura 1.17 per un intervallo di valori di frequenza compreso tra 4500 e 5500 Hz.

figura 1.17



La figura mostra come per  $f = f_r = 5000 \text{ Hz}$  la tensione  $V_s$  raggiunga il massimo valore pari a

$$V_s = I_g * R_p = 0.02 \text{ mA} * 500000 \text{ ohm} = 10 \text{ V}$$

e che per valori di  $f$  superiori od inferiori a  $5000 \text{ Hz}$  la tensione  $V_s$  decresca rapidamente; quest'andamento, detto selettività del circuito risonante, è tanto più marcato quanto è elevato il  $Q$  del circuito ossia quanto più piccole sono le perdite espresse da  $R_p$  ( per valori di  $R_p$  grandi si hanno piccole perdite per valori di  $R_p$  piccoli si hanno grandi perdite).

Si deve osservare che alla risonanza la tensione  $V_s$  è:

$$V_s = I_g * R_p$$

essendo  $Q = R_p / X_c$

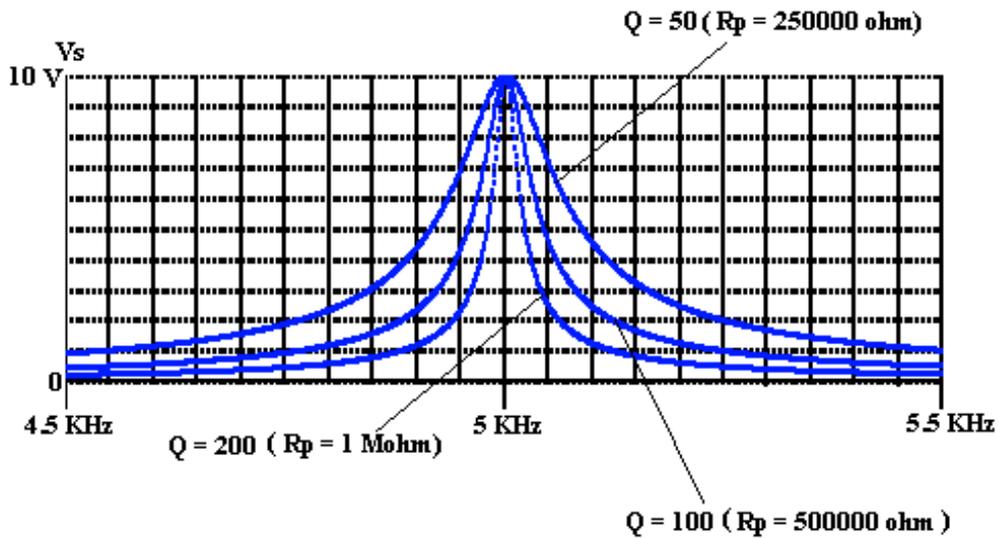
si può scrivere

$$V_s = I_g * Q * X_c$$

e concludere che la tensione  $V_s$ , che si forma ai capi nel circuito parallelo alla frequenza di risonanza, è proporzionale al valore del  $Q$ .

Analogamente a quanto fatto per il circuito risonante serie, è interessante un confronto tra la figura 1.17, tracciata per  $R_p = 500000 \text{ ohm}$  ( $Q = 100$ ) e  $I_g = 0.02 \text{ mAeff.}$ , con la figura 1.18 nella quale, assieme alla curva di selettività per  $Q = 100$ , sono riportate anche due ipotetiche curve, una per  $Q = 200$  ( $R_p = 1 \text{ Mohm}$ ) e  $I_g = 0.01 \text{ mAeff.}$  e l'altra per  $Q = 50$  ( $R_p = 250000 \text{ ohm}$ ) e  $I_g = 0.04 \text{ mAeff.}$ ; si ha modo di osservare come la curva per  $Q = 200$  è molto più ripida della prima, mentre la curva per  $Q = 50$  è meno ripida della prima.

figura 1.18



Nei circuiti risonanti, sia serie che parallelo, è di notevole interesse la valutazione del rapporto

$$\Delta f = f_r / ( 2 * Q )$$

Questo rapporto, espresso in Hz, definisce l'entità dello spostamento di frequenza, in più o in meno, rispetto alla frequenza di risonanza  $f_r$ , per il quale il valore di corrente o di tensione massimo si riduce di circa 0.7 volte; il doppio dello spostamento, pari a "  $2 \Delta f$  ", è detta la larghezza di banda del circuito risonante; questa definizione è valida per valori di  $Q$  maggiori od uguali a 10.

Un esempio di tale valutazione è fattibile osservando la figura 4.18; se esaminiamo la curva di risonanza tracciata per  $Q = 50$  possiamo scrivere:

$$\Delta f = f_r / ( 2 * Q ) = 5000 \text{ Hz} / ( 2 * 50 ) = 50 \text{ Hz}$$

Se controlliamo ora a quale livello di tensione scende la curva presa in esame, sia a sinistra che a destra, per uno scostamento dalla risonanza di 50 Hz, osserviamo che il livello cade da 10 V a 7 V riducendosi di 0.7 volte; ne segue che la larghezza di banda del circuito risonante preso in esame è di:

$$2 \Delta f = 2 * 50 \text{ Hz} = 100 \text{ Hz}$$

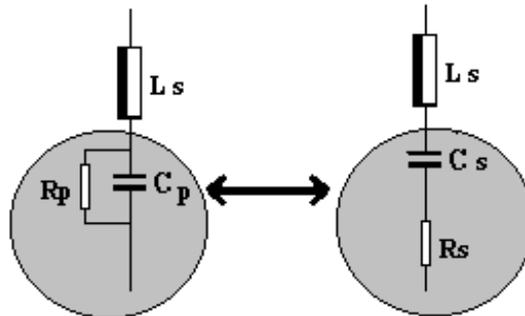
### 1.6.3 Le formule di trasformazione parallelo - serie

Le formule di trasformazione consentono il passaggio da circuiti parallelo a circuiti serie e viceversa.

Il passaggio avviene mediante la trasformazione dei parametri dei circuiti; queste trasformazioni sono d'importanza fondamentale per il dimensionamento di circuiti d'accordo per carichi reattivi con perdite.

Per la comprensione delle formule di trasformazione è d'aiuto la figura 1.19:

figura 1.19



In figura sono mostrati i due circuiti risonanti nelle configurazioni serie. Il circuito di destra presenta la configurazione, già studiata in precedenza, nella quale tutte le perdite sono rappresentate dalla resistenza  $R_s$ , il circuito di sinistra mostra invece il caso in cui dette perdite siano rappresentate dalla resistenza parallelo  $R_p$ ; una doppia freccia è tracciata tra i due circuiti all'interno dei cerchi ombrati, oggetto della trasformazione, a significare che è possibile, semplicemente, passare da una configurazione all'altra trasformando i parametri della prima nei parametri della seconda.

I parametri, oggetto della trasformazione, sono di seguito elencati:

$$X_{cs} \Leftrightarrow X_{cp}$$

$$R_s \Leftrightarrow R_p$$

Per valori del coefficiente di merito  $Q$  maggiore di 10 il legame tra i parametri diventa:

$$X_{cs} = X_{cp}$$

$$R_s = R_p / Q^2$$

Per valori del coefficiente di merito  $Q$  inferiori a 10, sussistono in vece le seguenti relazioni:

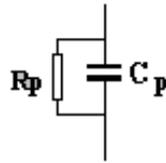
$$R_s = R_p / (Q^2 + 1)$$

$$X_{cs} = X_{cp} / [(1/Q^2) + 1]$$

L'utilità e la semplicità d'impiego di queste formule è mostrata nell'esempio numerico che segue:

Si debba collegare ad un amplificatore di potenza un trasduttore elettroacustico piezoelettrico avente la struttura circuitale indicata in figura 1.20 e le seguenti caratteristiche elettriche:

figura 1.20



Frequenza di lavoro  $f = 52000$  Hz

$R_p = 2000$  ohm

$C_p = 1800$  pF

$X_{cp} = 1700$  ohm

$Q = 1.17$

Un conciso commento sui dati deve essere fatto per chiarezza; in un trasduttore piezoelettrico il valore di  $R_p$ , che in un condensatore normale rappresenta soltanto le perdite, è l'insieme delle perdite e della resistenza mozionale sulla quale riversare la potenza elettrica per l'emissione dell'energia acustica; il collegamento all'amplificatore richiede perciò l'accordo della parte capacitiva  $C_p$  affinché l'amplificatore possa riversare la propria potenza su di un carico puramente resistivo.

Per ottemperare all'esigenza sopra indicata è necessario trasformare il circuito parallelo di figura 1.20 nel circuito serie di figura 1.21 affinché su di esso possa essere calcolata l'induttanza di accordo.

Per la trasformazione sopra indicata dobbiamo applicare le formule relative a circuiti con  $Q < 10$ :

$$R_s = R_p / (Q^2 + 1) = 2000 \text{ ohm} / (1.17^2 + 1) \approx 844 \text{ ohm}$$

$$X_{cs} = X_{cp} / [(1/Q^2) + 1] = 1700 \text{ ohm} / [(1/1.17^2) + 1] \approx 982 \text{ ohm}$$

dal valore di  $X_{cs}$  si calcola la capacità  $C_s$ :

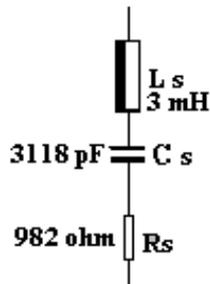
$$C_s = 1 / (6.28 * 52000 \text{ Hz} * 982 \text{ ohm}) \approx 3118 \text{ pF}$$

ed infine il valore dell'induttanza del circuito risonante serie :

$$L = 982 \text{ ohm} / 6.28 * 52000 \text{ Hz} \approx 3 \text{ mH}$$

Con tutti i valori calcolati si risolve il nostro problema con il circuito risonante serie riportato in figura 1.21.

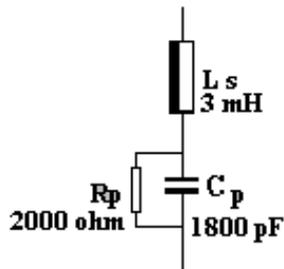
figura 1.21



Se, per esercizio, applicassimo al circuito di figura 1.21 le formule per la trasformazione da serie a parallelo ritroveremo i dati  $C_p$ ;  $R_p$  di partenza.

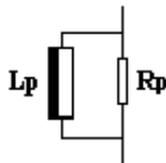
Il circuito di figura 1.21 mostra come si rappresenta graficamente il circuito accordato serie con tutti i parametri che abbiamo ottenuto dalla trasformazione parallelo-serie; dato però che l'induttanza  $L_s$  accorda di fatto il trasduttore, questa potrà figurare anche in serie alla configurazione originale dello stesso come riportato in figura 1.22

figura 1.22



Concludiamo questo paragrafo accennando al fatto che la trasformazione parallelo serie e viceversa può essere applicata anche nei casi in cui le perdite siano concentrate sull'induttanza in una configurazione parallelo così come si vede in figura 1.23.

figura 1.23



per la quale valgono le seguenti espressioni:

$$X_Ls \Leftrightarrow X_Lp$$

$$R_s \Leftrightarrow R_p$$

Per valori del coefficiente di merito  $Q$  maggiore di 10 il legame tra i parametri diventa:

$$\mathbf{X_{Ls} = X_{Lp}}$$

$$\mathbf{R_s = R_p / Q^2}$$

Per valori del coefficiente di merito  $Q$  inferiori a 10, sussistono invece le seguenti relazioni:

$$\mathbf{R_s = R_p / (Q^2 + 1)}$$

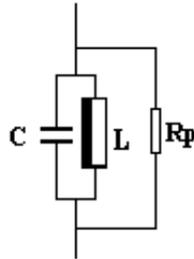
$$\mathbf{X_{Ls} = X_{Lp} / [(Q^2 + 1) / Q^2]}$$

### 1.6.4 La resistenza dinamica dei circuiti risonanti

Nel circuito risonante parallelo la resistenza  $R_p$ , che rappresenta le perdite complessive del circuito, gioca un ruolo importante nel dimensionamento dei circuiti elettronici che la impiegano.

Un circuito risonante parallelo, visto dall'elettronica, può essere schematizzato come in figura 1.24.

figura 1.24



nel quale, come è noto, la resistenza  $R_p$  è data dall'espressione:

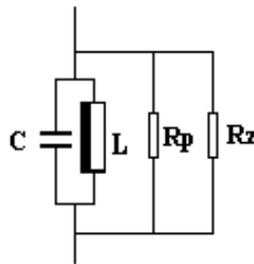
$$R_p = Q * X_L$$

Con il valore di  $R_p$  si deve dimensionare l'elettronica analogica che utilizza il circuito risonante parallelo dato che la corrente che scorre attraverso di esso, alla frequenza di risonanza, determina l'ampiezza della tensione ai capi del circuito stesso.

Ora, sia perché i valori di  $R_p$  sono difficilmente calcolabili con precisione, sia perché a volte sono richiesti valori della resistenza inferiori di  $R_p$ , è d'uso porre in parallelo ad  $R_p$  una resistenza  $R_z$ , resistenza zavorra, il cui valore, unitamente a quello di  $R_p$ , determina la resistenza complessiva detta resistenza dinamica ( $R_d$ ).

Con la presenza di  $R_z$  la configurazione circuitale di figura 1.24 assume l'aspetto tracciato in figura 1.25.

figura 1.25



Per ottenere il valore  $R_z$  necessario affinché  $R_d$  assuma il valore occorrente all'impiego del circuito risonante si utilizza l'espressione:

$$R_z = ( R_p * R_d ) / ( R_p - R_d )$$

Un semplice esempio è utile per puntualizzare il ragionamento:

Sia dato un circuito risonante parallelo in cui  $R_p$  sia 79500 ohm, si voglia una resistenza dinamica  $R_d = 9500$  ohm, applicando la formula si avrà:

$$R_z = ( 79500 \text{ ohm} * 9500 \text{ ohm} ) / ( 79500 \text{ ohm} - 9500 \text{ ohm} ) \approx 10790 \text{ ohm}$$

Essendo la resistenza  $R_z$  molto inferiore ad  $R_p$  si comprende come la resistenza dinamica del circuito risonante sia prevalentemente condizionata da  $R_z$  e quindi più certo il valore di  $R_d$ .