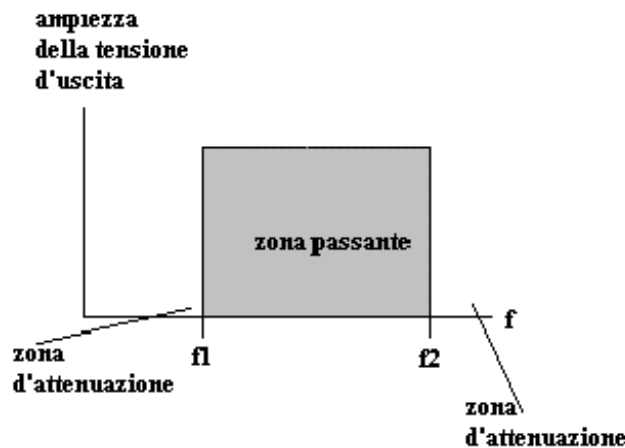


### 5.3 Filtri passa banda passivi

Un filtro passa banda **ideale** è un circuito che ha il compito di consentire il passaggio di tensioni elettriche la cui frequenza può essere compresa tra  $f_1$  ed  $f_2$ ; al di fuori di questo intervallo tutte le tensioni vengono bloccate e all'uscita del filtro non si ha alcun segnale. L'andamento grafico di questo comportamento è riportato in figura 5.17.

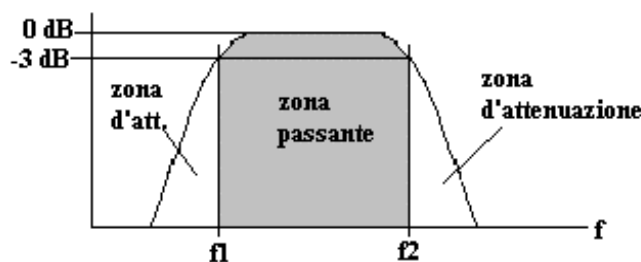
figura 5.17



In figura sono evidenziate le due zone caratteristiche del filtro, la zona passante, entro la quale i segnali d'ingresso possono transitare purché abbiano frequenze comprese tra  $f_1$  ed  $f_2$ , e la zona non passante, nella quale nessun segnale avente frequenza inferiore ad  $f_1$  o superiore ad  $f_2$  può transitare.

Il comportamento di un filtro passa banda **reale** ha però un comportamento molto diverso nell'intervallo di frequenze che precede  $f_1$  e che segue  $f_2$ ; il percorso tra zona passante e zona non passante non avviene bruscamente, come in figura 5.17, ma gradualmente, secondo una curva caratteristica la cui pendenza è tanto più elevata quanto maggiore è la complessità del circuito passa banda. Si ha perciò una curva di risposta reale del tipo di quella indicata in figura 5.18.

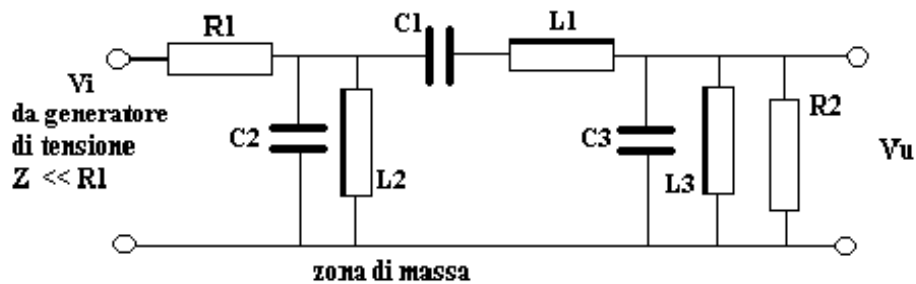
figura 5.18



In figura 5.18 si vede come la risposta del filtro passa banda consenta di attenuare le frequenze inferiori ad  $f_1$  e superiori ad  $f_2$  secondo certe curve caratterizzate dai punti di ascissa  $f_1$  ed  $f_2$  ed ordinate  $-3$  dB. Le pendenze della curva sono espresse in dB/ottava; i valori di  $f_1$  e di  $f_2$  sono detti frequenze di taglio.

Lo schema elettrico di un filtro passa banda, nella configurazione circuitale più semplice, detta "cellula", è mostrato in figura 5.19.

figura 5.19



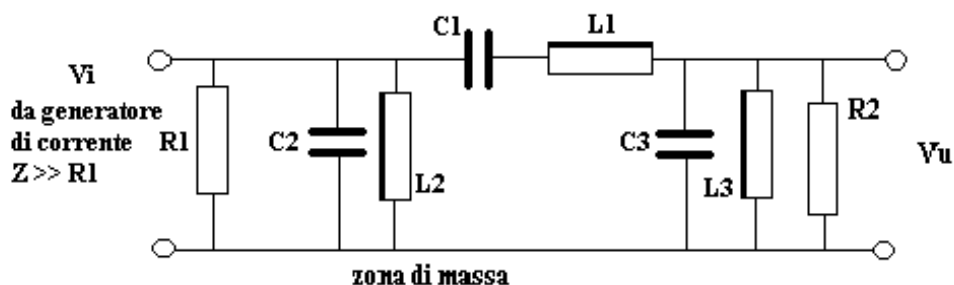
Nella figura si vedono i componenti che costituiscono la struttura filtrante, due resistenze R1 ed R2 uguali tra loro, due condensatori C2 e C3 , anch’essi uguali tra loro, le induttanze L2 ed L3 uguali tra loro ed infine il condensatore C1 e l’induttanza L1.

La tensione del segnale d’ingresso, Vi, è applicata in serie alla resistenza R1; il segnale d’uscita Vu è presente ai capi di R2.

Questa configurazione della cellula necessita di un segnale d’ingresso il cui generatore abbia un’impedenza molto più bassa del valore di R1 ( si dice in questo caso che il generatore deve essere un “generatore di tensione” ) ; ciò comporta una perdita di 6 dB (2 volte), perdita d’inserzione, per la partizione della tensione Vi da parte di R1 ed R2.

Un circuito filtrante con le stesse caratteristiche di risposta di quello mostrato in figura 5.19 è realizzabile per il filtraggio di segnali prodotti da “generatori di corrente” , i quali hanno un’impedenza molto più elevata di R1. Lo schema di questo filtro è mostrato in figura 5.20.

figura 5.20



Il progetto di entrambi i filtri passa banda sopra illustrati è fattibile, con particolari formule di calcolo, mediante il dimensionamento dei componenti in dipendenza del valore voluto delle due frequenze di taglio f1 ed f2; le formule in oggetto sono le seguenti:

$$L1 = R / [ \pi * (f2 - f1) ]$$

$$L2 = L3 = R * (f2 - f1) / (2 * \pi * f1 * f2)$$

$$C1 = (f2 - f1) / (4 * \pi * f1 * f2 * R)$$

$$C2 = C3 = 1 / [ 2 * \pi * (f2 - f1) * R ]$$

dove

C è espresso in Farad

L è espresso in Henry

Il calcolo di un filtro di banda richiede un poco d'esperienza per evitare di trovarsi, dopo la procedura di computazione con le formule indicate, con valori di componenti praticamente non accettabili, o perché troppo grandi o perché troppo piccoli. Vedremo più avanti come affrontare queste difficoltà. Un metodo per la computazione veloce su P.C. di filtri di banda è riportato in appendice A9.

Per le soluzioni circuitali, alle quali si applicano le formule indicate, si hanno le seguenti caratteristiche:

#### **Filtro passa banda con segnale Vi da generatore di tensione**

Perdita d'inserzione nella zona passante Att. = -6 dB

Attenuazione alle due frequenze di taglio rispetto al livello della zona passante Att. = - 3 dB

Attenuazione totale alle frequenze di taglio Att. = -3dB – 6 dB = -9 dB

Pendenza della curva d'attenuazione ben sotto il valore di  $f_1$  e ben sopra il valore di  $f_2$ ; Att. = -18 dB/ottava (pari alla riduzione dell'ampiezza del segnale di 8 volte ad ogni raddoppiamento della frequenza)

#### **Filtro passa banda con segnale Vi da generatore di corrente**

Perdita d'inserzione nella zona passante Att. = 0 dB

Attenuazione alle frequenze di taglio rispetto al livello della zona passante Att. = - 3 dB

Attenuazione totale alle frequenze di taglio Att. = -3dB – 0dB = -3 dB

Pendenza della curva d'attenuazione ben sotto il valore di  $f_1$  e ben sopra il valore di  $f_2$ ; Att.= -18 dB/ottava (pari alla riduzione dell'ampiezza del segnale di 8 volte ad ogni raddoppiamento della frequenza)

Vediamo lo sviluppo di un esercizio classico:

#### ***Dati di progetto:***

Sia da realizzare un filtro passa banda in grado di essere accoppiato ad un generatore di tensione avente una  $Z_u = 20$  ohm, si vogliano le frequenze di taglio poste rispettivamente per  $f_1 = 5000$  Hz  $f_2 = 10000$  Hz ed una pendenza di -18 dB/ottava.

#### ***Dimensionamento della resistenza d'ingresso:***

Il dati di progetto prevedono una configurazione circuitale come quella di figura 5.19, per cui: Il valore di  $R_1$  deve essere commisurato al valore di  $Z_u = 10$  ohm ; quindi dovrà essere:  $R_1 \gg Z_u$

ovvero  $R_1 \gg 10$  ohm

per ottenere questa condizione è opportuno, se possibile\*, che  $R_1$  sia almeno 100 volte il valore di  $Z_u$ , quindi

$$R_1 = 2000 \text{ ohm.}$$

Dato che  $R_1 = R_2$ , si ha

$$R_2 = 2000 \text{ ohm}$$

\*La possibilità che  $R_1$  possa essere del valore calcolato dipende dai valori di  $L$  e di  $C$  che ne conseguono; se i valori saranno realizzabili, il dato di  $R_1$  sarà accettabile, altrimenti, dovrà essere rivisto.

#### ***Calcolo di $L_1$ ; $L_2$ ; $L_3$ ; $C_1$ ; $C_2$ ; $C_3$ :***

Dati  $f_1 = 5000$  Hz ;  $f_2 = 10000$  Hz ed  $R_1=R_2 = 2000$  ohm

il calcolo di  $L_1$  si effettua con la formula:

$L1 = R / [ \pi * (f2 - f1) ] = 2000 \text{ ohm} / [ 3.14 * ( 10000 \text{ Hz} - 5000 \text{ Hz}) ] = 127.38 \text{ mH}$   
 il calcolo di  $L2 = L3$  si effettua con la formula:

$$L2 = L3 = R * ( f2 - f1 ) / ( 2 * \pi * f1 * f2 ) = 2000 \text{ ohm} * ( 10000 \text{ Hz} - 5000 \text{ Hz} ) / ( 6.28 * 5000 \text{ Hz} * 10000 \text{ Hz} ) = 31.8 \text{ mH}$$

il calcolo di  $C1$  si effettua con la formula:

$$C1 = ( f2 - f1 ) / ( 4 * \pi * f1 * f2 * R ) = ( 10000 \text{ Hz} - 5000 \text{ Hz} ) / ( 12.56 * 5000 \text{ Hz} * 10000 \text{ Hz} * 2000 \text{ ohm} ) = 3980 \text{ pF}$$

( con precisione dell'1.25 % )

il calcolo di  $C2 = C3$  si effettua con la formula:

$$C2 = C3 = 1 / [ 2 * \pi * ( f2 - f1 ) * R ] = 1 / [ 6.28 * ( 10000 \text{ Hz} - 5000 \text{ Hz} ) * 2000 \text{ ohm} ] = 15923 \text{ pF}$$

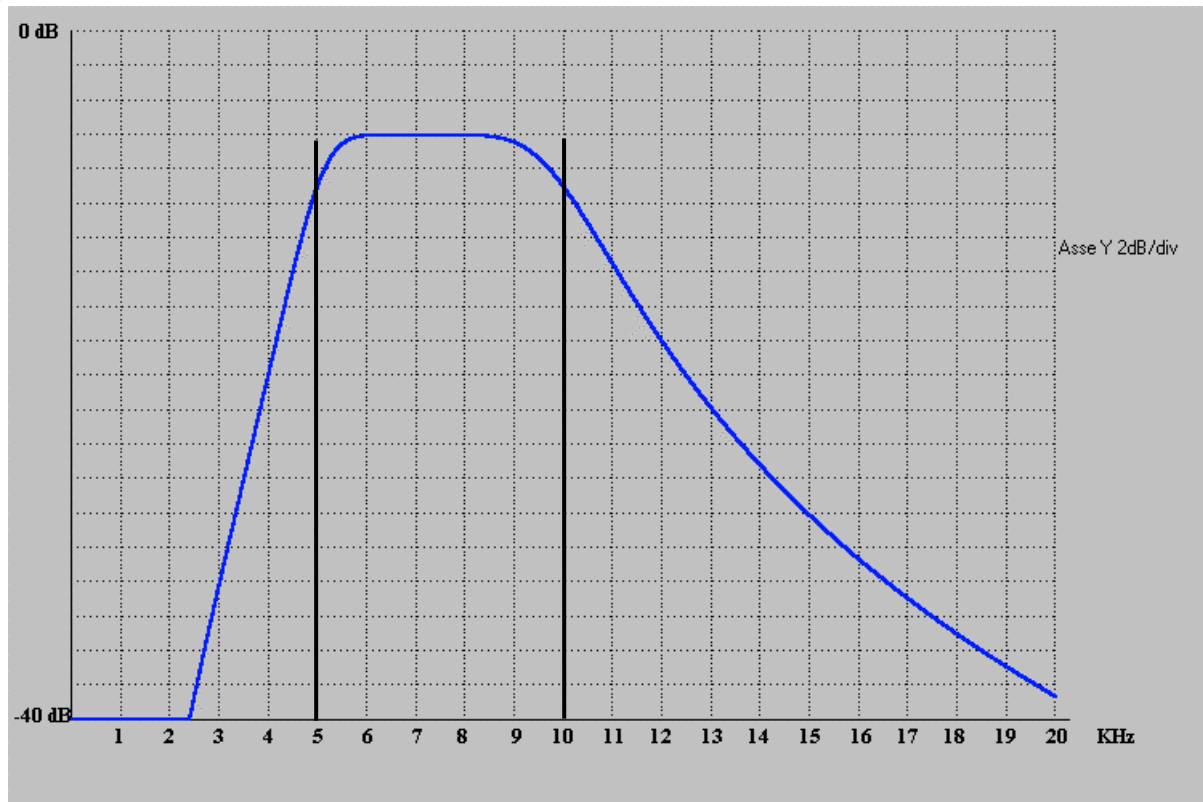
( con precisione dell'1.25 % )

**Tracciamento della curva di risposta:**

Nel caso dei filtri passa banda non è possibile utilizzare una curva di risposta universale, ma si deve ricorrere al tracciamento specifico della risposta del filtro progettato.

La curva di risposta di questo filtro è riportata in figura 5.21

figura 5.21



La curva di risposta ha in ascisse la frequenza espressa in KHz ed in ordinate l'attenuazione del filtro ad intervalli di 2 dB per divisione, per un totale di 40 dB.

La lettura della curva mostra particolari caratteristiche:

- Per le frequenze di taglio,  $f_1 = 5000$  Hz e  $f_2 = 10000$ , Hz l'attenuazione è di  $-9$  dB.
- Dalla frequenza di taglio  $f_2 = 10000$  Hz al suo doppio,  $f = 20000$  Hz, si evidenzia un salto d'attenuazione di ben  $31$  dB che apparentemente contrasta con la pendenza dichiarata di  $-18$  dB/ottava. Questo comportamento è dovuto al coefficiente di merito delle induttanze che nei pressi della frequenza di taglio incrementa la pendenza d'attenuazione ( per trovare la pendenza di  $-18$  dB/ottava si dovrebbe tracciare la risposta per frequenze oltre i  $20-40$  KHz ).
- Dalla frequenza di taglio  $f_1 = 5000$  Hz alla sua metà,  $f = 2500$  Hz, si evidenzia un salto attenuazione di circa  $31$  dB; anche in questo caso il comportamento è dovuto al coefficiente di merito delle induttanze che, nei pressi della frequenza di taglio, incrementa la pendenza d'attenuazione ( per trovare la pendenza di  $-18$  dB/ottava si dovrebbe tracciare la risposta per frequenze sotto i  $1000$  o  $2000$  Hz ).

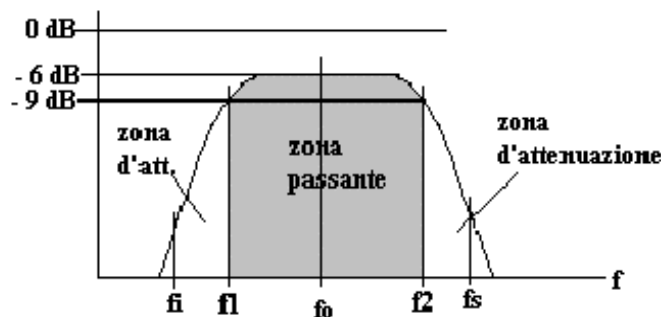
**Osservazioni in merito alla curva di risposta:**

Per quanto visto in merito alla curva di risposta risulta evidente che il suo tracciamento non è fattibile senza l'impiego di un idoneo programma di calcolo, già menzionato in precedenza e contenuto in appendice A10; se non si ha la possibilità di impiegare detto programma si consiglia ciò che molti anni fa veniva fatto in questi casi, per il controllo dei filtri di banda in laboratorio, in assenza dei grafici delle curve di risposta:

- Si annotano i dati:
  - Frequenze di taglio,  $f_1$  ed  $f_2$ , della banda passante voluta.
  - Frequenza di centro banda  $f_0 = (f_1 + f_2) / 2$ .
  - Estremo superiore,  $f_s$ , della zona d'attenuazione d'interesse nella quale ci si aspetta una pendenza minima di  $-18$  dB/ottava.
  - Estremo inferiore,  $f_i$ , della zona d'attenuazione d'interesse nella quale ci si aspetta una pendenza minima di  $-18$  dB/ottava.

La figura 5.22 mostra la collocazione dei dati nel contesto grafico relativo alla curva di risposta voluta.

figura 5.22



- Si dimensiona il filtro di banda con molta attenzione onde evitare errori banali di calcolo, si controllano i calcoli almeno due volte.
- Si costruisce il prototipo e lo si prova in laboratorio; si controlla che l'attenuazione alla frequenza  $f_0$ , di centro banda, sia dell'ordine di  $-6$  dB (tolleranza circa  $-1$  dB);

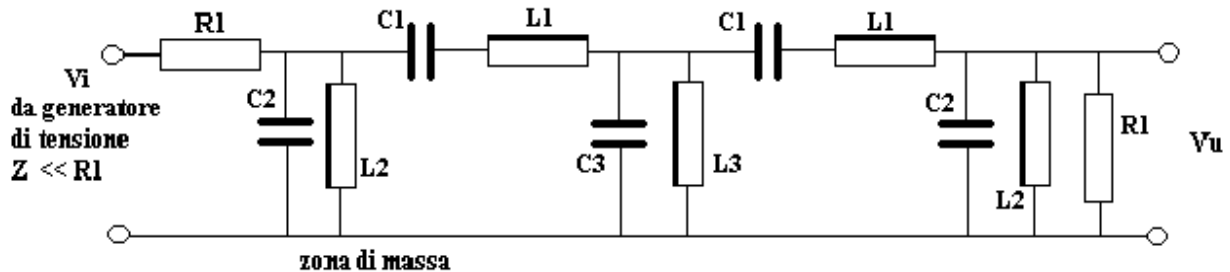
l'attenuazione in fo è dovuta per 6 dB alla perdita d'inserzione e per il restante alle perdite nelle induttanze.

- Si controlla che l'attenuazione alle frequenze di taglio  $f_1$  ed  $f_2$  sia dell'ordine di  $-9$  dB (tolleranza circa  $-1$  dB).
- Si controlla fuori dalla banda passante, tra  $f_2$  ed  $f_s$ , se le pendenze d'attenuazione sono entro i limiti voluti (al meno  $-18$  dB ad ogni raddoppiamento della frequenza).
- Si controlla fuori dalla banda passante, tra  $f_1$  ed  $f_i$ , se le pendenze d'attenuazione sono entro i limiti voluti (al meno  $-18$  dB ad ogni dimezzamento della frequenza).
- Se i dati rilevati corrispondono alle esigenze d'impostazione, il controllo del filtro può ritenersi concluso.

### 5.3.1 Il filtro di banda a due cellule

Per ottenere filtri passa banda con pendenze superiori a quelle ottenibili con filtri ad una cellula si possono realizzare strutture con due cellule uguali tra loro. Un esempio di questa nuova configurazione, derivata dalla struttura di figura 5.20, è riportata in figura 5.23.

figura 5.23



Per semplificare l'illustrazione del nuovo filtro sono indicati con le stesse sigle i componenti uguali tra loro quali:

Le due resistenze di terminazione R, le due induttanze L1, i due condensatori C1, i due condensatori C2 e le due induttanze L2

Fanno gruppo a parte il condensatore C3 e l'induttanza L3.

Le formule di calcolo dei componenti sono le stesse illustrate nel paragrafo 5.3 che qui riassumiamo data la presenza di L3 e di C3.

$$L1 = R / [ \pi * (f2 - f1) ]$$

$$L2 = R * (f2 - f1) / (2 * \pi * f1 * f2)$$

$$C1 = (f2 - f1) / (4 * \pi * f1 * f2 * R)$$

$$C2 = 1 / [ 2 * \pi * (f2 - f1) * R ]$$

$$C3 = 2 * C2$$

$$L3 = L2 / 2$$

Si deve osservare che in questa configurazione compaiono soltanto 10 componenti reattivi dato che, a seguito dell'unione tra due cellule, la reattanza L3 ed il condensatore C3 ne sostituiscono, due la prima e due il secondo; il circuito è pertanto è da considerarsi, al fine dei calcoli, come se avesse 12 componenti reattivi.

La nuova struttura consente un'attenuazione fuori banda con una pendenza di -36 dB per ottava, con un taglio di -6 dB, rispetto alla banda passante, in corrispondenza delle frequenze di taglio f1 ed f2. Sintetizzando:

Perdita d'inserzione nella zona passante Att. = -6 dB

Attenuazione alla frequenza di taglio rispetto al livello della zona passante Att. = -6 dB

Attenuazione totale alla frequenza di taglio Att. = -6dB - 6 dB = -12 dB

Pendenza della curva d'attenuazione ben sopra il valore di f2; Att. = -36 dB/ottava (pari alla riduzione dell'ampiezza del segnale di 63 volte ad ogni dimezzamento della frequenza)

Pendenza della curva d'attenuazione ben sotto il valore di f1; Att. = -36 dB/ottava (pari alla riduzione dell'ampiezza del segnale di 63 volte ad ogni dimezzamento della frequenza)

Vediamo ora un'applicazione pratica di calcolo di un filtro di banda a due cellule:

**Dati di progetto:**

Sia da realizzare un filtro passa banda in grado di essere accoppiato ad un generatore di tensione avente una  $Z_u = 36 \text{ ohm}$ , si vogliono le frequenze di taglio poste rispettivamente per  $f_1 = 1000 \text{ Hz}$   $f_2 = 2000 \text{ Hz}$  ed una pendenza di  $-36 \text{ dB/ottava}$ .

**Dimensionamento della resistenza d'ingresso:**

Il dati di progetto prevedono una configurazione circuitale come quella di figura 5.23 per cui: Il valore di  $R_1$  deve essere commisurato al valore di  $Z_u = 36 \text{ ohm}$ , quindi dovrà essere:  $R_1 \gg Z_u$

ovvero

$$R_1 \gg 36 \text{ ohm}$$

per ottenere questa condizione è opportuno, se possibile\*, che  $R_1$  sia almeno 100 volte il valore di  $Z_u$ , quindi

$$R_1 = 3600 \text{ ohm.}$$

\*La possibilità che  $R_1$  possa essere del valore calcolato dipende dai valori di  $L$  e di  $C$  che ne conseguono; se i valori saranno realizzabili, il dato di  $R_1$  sarà accettabile, altrimenti, dovrà essere rivisto.

**Calcolo di  $L_1$ ;  $L_2$ ;  $L_3$ ;  $C_1$ ;  $C_2$ ;  $C_3$ :**

Dati  $f_1 = 1000 \text{ Hz}$ ;  $f_2 = 2000 \text{ Hz}$  ed  $R_1 = 3600 \text{ ohm}$

il calcolo di  $L_1$  si effettua con la formula:

$$L_1 = R / [ \pi * (f_2 - f_1) ] = 3600 \text{ ohm} / [ 3.14 * (2000 \text{ Hz} - 1000 \text{ Hz}) ] = 1.14 \text{ H}$$

il calcolo di  $L_2$  si effettua con la formula:

$$L_2 = R * (f_2 - f_1) / (2 * \pi * f_1 * f_2) = 3600 \text{ ohm} * (2000 \text{ Hz} - 1000 \text{ Hz}) / (6.28 * 1000 \text{ Hz} * 2000 \text{ Hz}) = 0.286 \text{ H}$$

il calcolo di  $C_1$  si effettua con la formula:

$$C_1 = (f_2 - f_1) / (4 * \pi * f_1 * f_2 * R) = (2000 \text{ Hz} - 1000 \text{ Hz}) / (12.56 * 1000 \text{ Hz} * 2000 \text{ Hz} * 3600 \text{ ohm}) = 11058 \text{ pF} \\ (\text{ con precisione dell'1.25 \%})$$

il calcolo di  $C_2$  si effettua con la formula:

$$C_2 = 1 / [ 2 * \pi * (f_2 - f_1) * R ] = 1 / [ 6.28 * (2000 \text{ Hz} - 1000 \text{ Hz}) * 3600 \text{ ohm} ] = 44232 \text{ pF} \\ (\text{ con precisione dell'1.25 \%})$$

ed infine:

$$C_3 = 2 * C_2 = 44232 \text{ pF} * 2 = 88464 \text{ pF} (\text{ con precisione dell'1.25 \%})$$

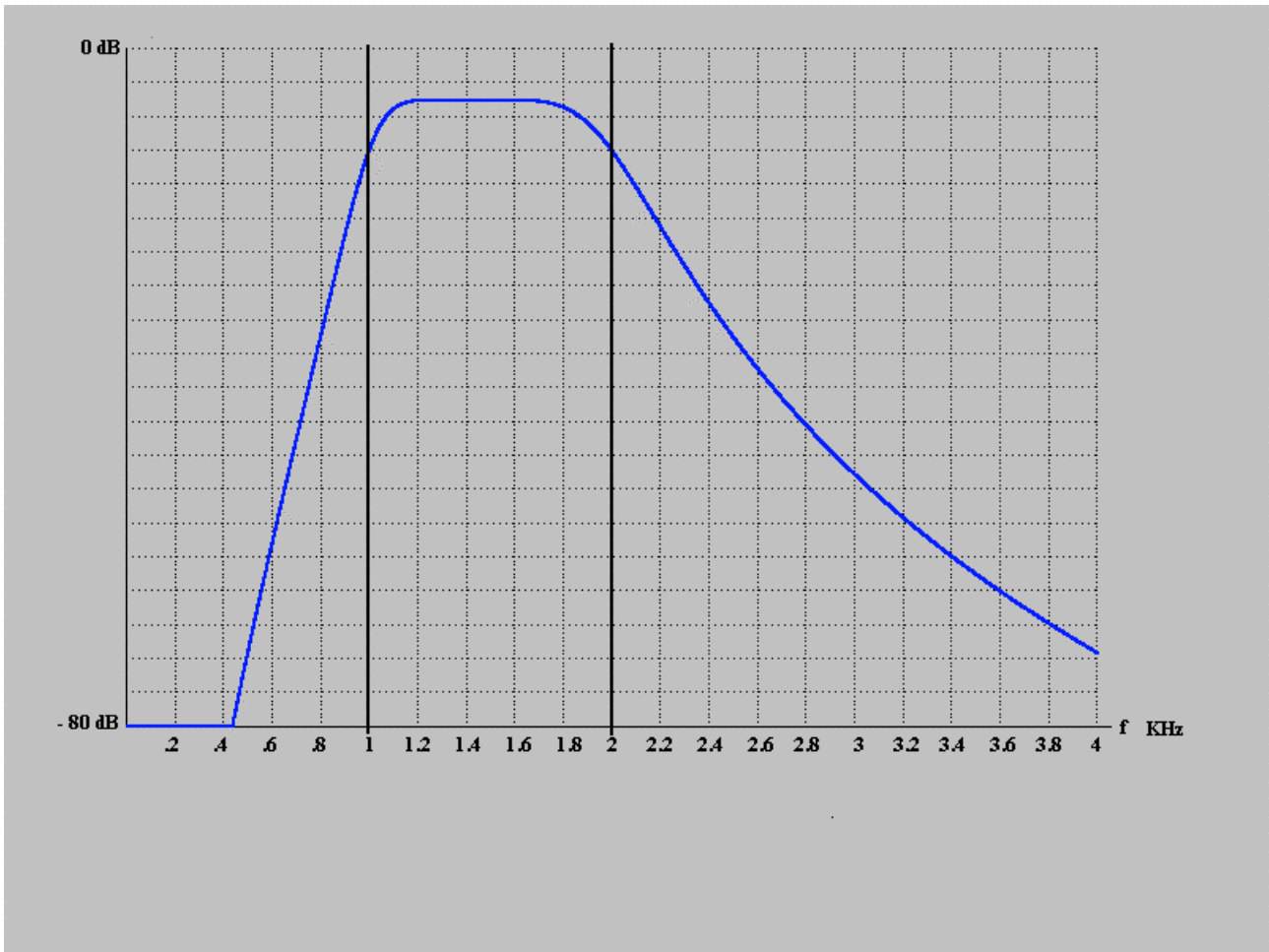
$$L_3 = L_2 / 2 = 0.286 \text{ H} / 2 = 0.143 \text{ H}$$



**Tracciamento della curva di risposta:**

La curva di risposta di questo filtro è riportata in figura 5.24

figura 5.24



La curva di risposta ha in ascisse la frequenza espressa in KHz ed in ordinate l'attenuazione del filtro ad intervalli di 4 dB per divisione, per un totale di 80 dB.

La lettura della curva mostra le nuove caratteristiche:

- Per le frequenze di taglio,  $f_1 = 1000$  Hz e  $f_2 = 2000$ , Hz l'attenuazione è di  $-12$  dB.
- Dalla frequenza di taglio  $f_2 = 2000$  Hz al suo doppio,  $f = 4000$  Hz, si evidenzia un salto d'attenuazione di ben 60 dB.
- Dalla frequenza di taglio  $f_1 = 1000$  Hz alla sua metà,  $f = 500$  Hz, si evidenzia un salto attenuazione di circa 58 dB.