

Il circuito d'integrazione

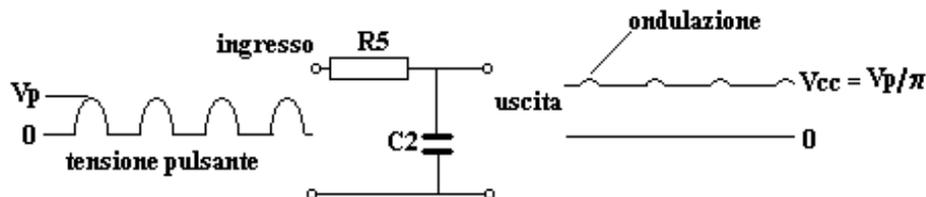
Il processo d'integrazione può essere visto in tre modi diversi in base alle funzioni che concettualmente vengono richieste a questo circuito, vediamole nell'ordine:

Prima funzione:

Il circuito d'integrazione è utilizzato per eliminare le componenti armoniche derivanti dall'azione di rettificazione del circuito sui segnali sinusoidali persistenti.

Per illustrare questa funzione ricorriamo al disegno di figura a4.1 nella quale è tracciata la forma d'onda in uscita dal rettificatore

figura a4.1



La figura a4.1 mostra, a sinistra, la forma d'onda della tensione pulsante, formata da un insieme continuo di semiperiodi sinusoidali in uscita dal rettificatore, la cellula d'integrazione formata da R5 e C2, a destra la tensione d'uscita dalla cellula, tensione formata da un livello continuo $V_{cc} = V_p/\pi$ e da un'ondulazione resa, per poterla apprezzare in questo esempio grafico, enormemente più ampia di come in effetti sia nella realtà.

La ragione del comportamento della cellula è spiegabile secondo la teoria di Fourier che enuncia: Un'onda pulsante di ampiezza V_p e frequenza f è formata da una componente continua sommata a infinite componenti armoniche secondo il seguente elenco:

componente continua di ampiezza = V_p/π

frequenza fondamentale f di ampiezza = $V_p/2$

seconda armonica $2 * f$ di ampiezza = $2 * V_p / (3 * \pi)$

quarta armonica $4 * f$ di ampiezza = $2 * V_p / (15 * \pi)$

e così proseguendo per frequenze armoniche pari sempre più elevate

L'insieme della componente continua e delle armoniche, applicate tra R5 e massa, attraversano R5 e trovando C2 subiscono due trattamenti diversi:

-La componente continua carica C2 al livello di V_p/π e così rimane fino a quando è presente la tensione pulsante all'ingresso della cellula d'integrazione.

-Le componenti armoniche subiscono invece una riduzione d'ampiezza secondo la partizione esercitata da R5 e dalla reattanza X_{C2} di C2; vediamo di che entità è l'attenuazione della componente fondamentale avente la frequenza f considerando tutti i valori relativi all'esercizio di paragrafo 4.12:

$f = 10000$ Hz

$R5 = 0.220$ Mohm

$C = 1$ μ F

Per eseguire i calcoli della tensione di picco ai capi di C2, $V_{p(su\ C2)}$; facciamo riferimento al paragrafo 1.3 ed alla figura 1.2 e scriviamo la formula:

$$V_{p(su\ C2)} = (V_p/2) * (X_{c2}) / \sqrt{(R5^2 + X_{c2}^2)}$$

Per applicare la formula si calcola X_{c2}

$$X_{c2} = 1 / (2 * \pi * f * C2) = 1 / (2 * 3.14 * 10000\ Hz * 1 * 10^{-6}\ F) = 15.9\ ohm$$

e quindi

$$V_{p(su\ C2)} = (V_p/2) * (15.9\ ohm) / \sqrt{(220000\ ohm^2 + 15.9\ ohm^2)} = V_p * 36 * 10^{-6}$$

Il risultato del calcolo mostra che l'ampiezza della frequenza fondamentale f , ai capi di $C2$, è 36 milionesimi dell'ampiezza dell'onda pulsante d'ingresso; in altre parole se V_p fosse uguale ad 1 volt la tensione d'ondulazione alla frequenza f sarebbe di 36 microvolt, valore praticamente irrilevante sopra la tensione continua su $C2$.

Per le armoniche superiori l'attenuazione è ancora più elevata perché X_{c2} decresce con il crescere della frequenza.

Ecco perché delle ondulazioni marcate in figura a4.1 s'è detto:

tensione formata da un livello continuo V_{cc} e da un'ondulazione resa, per poterla apprezzare in questo esempio grafico, enormemente più ampia di come in effetti sia nella realtà.

Con questo esempio s'è mostrato come il circuito integratore sia in grado di filtrare le componenti armoniche che compongono l'onda pulsante, lasciando, a disposizione dell'utilizzatore, una tensione continua proporzionale all'ampiezza del segnale applicato alla cellula $R5, C2$.

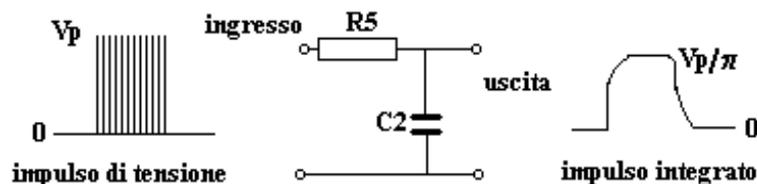
Prima di chiudere questo argomento è da osservare che in nessun passaggio è stata menzionata la dizione "costante di tempo" che ricorre nell'esercizio del paragrafo 4.12; in questi termini si tratterà invece di seguito trattando della terza funzione.

Seconda funzione

Il circuito d'integrazione è utilizzato per discriminare segnali sinusoidali di tipo impulsivo.

Per illustrare questa funzione ricorriamo al disegno di figura a4.2 nella quale è tracciata la forma d'onda che sarebbe presente all'uscita del rivelatore qualora la tensione V_i c.a. d'ingresso avesse breve durata (impulso).

figura a4.2



La figura a4.2 mostra, a sinistra, la forma d'onda impulsiva formata da un gruppo di semiperiodi sinusoidali, tracciati nel disegno come segmenti verticali, tensione pulsante presente nel punto d'uscita del rivelatore, al centro la cellula d'integrazione formata da $R5$ e $C2$, a destra la tensione impulsiva presente all'uscita dalla cellula.

Il disegno mostra una situazione che si verifica, in presenza dell'impulso d'ingresso, soltanto se la sua durata è commisurata alla costante di tempo del circuito d'integrazione; se la costante di tempo RC è molto più grande della durata dell'impulso si ha, in uscita, un impulso d'ampiezza molto piccola, viceversa se la costante di tempo è molto più piccola della durata dell'impulso si ha in uscita un impulso ad ampiezza molto frastagliata.

Quanto detto può essere espresso in termini numerici facendo ancora riferimento alle caratteristiche della cellula d'integrazione $R5, C2$, che vede $R5 = 220000\ ohm$ e $C2 = 1\ \mu F$, per la quale è stata valutata la costante di tempo come prodotto di $R5$ per $C2$ pari a:

$$T_o = R5 * C2 = 220000 \text{ ohm} * 1 * 10^{-6} \text{ F} = 0.22 \text{ Sec.}$$

La costante di tempo T_o indica quanto tempo occorre affinché il condensatore $C2$, in presenza di un impulso di corrente che scorre in $R5$, si possa caricare ad una tensione pari al 63% del valore di picco della tensione che produce detta corrente.

Un esempio per chiarire il concetto:

Supponiamo che l'impulso d'ingresso alla cellula abbia un'ampiezza di 1 V picco e una durata di 1 secondo, in questo caso, dopo 0.22 secondi dall'arrivo dell'impulso il condensatore $C2$ si sarà caricato ad un livello di tensione pari a:

$$V(\text{su } C2) = (V_p/\pi) * 63/100 = (1 \text{ V}_p / 3.14) * 63 / 100 = 0.2 \text{ V}$$

alla fine della durata dell'impulso il livello di $V(\text{su } C2)$ avrà raggiunto un'ampiezza più elevata di 0.2 V ma non potrà mai arrivare al valore massimo di (V_p/π) dato che l'andamento della carica di $C2$ segue l'espressione:

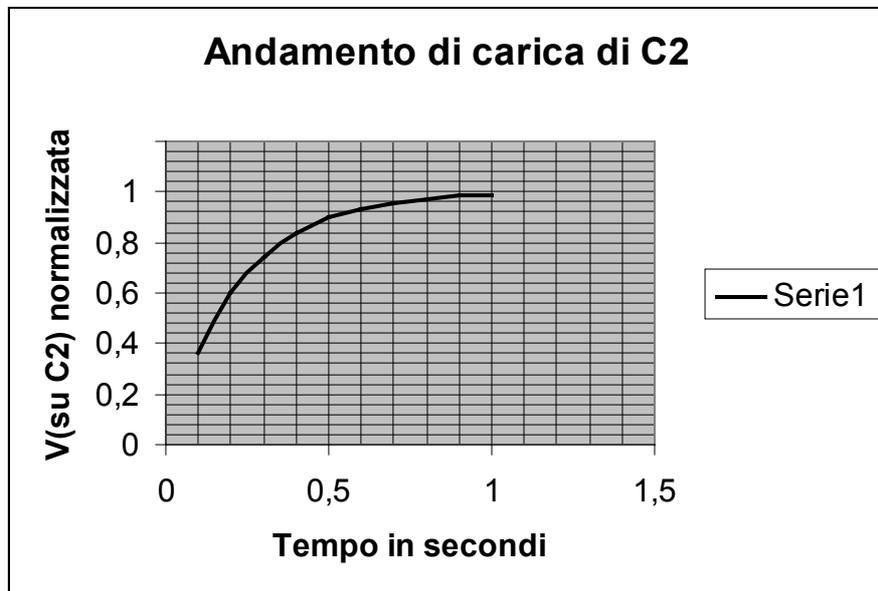
$$V(\text{su } C2) = (V_p/\pi) * (1 - e^{-t / R5 * C2})$$

nella quale $e = 2.718$

t = tempo dall'applicazione dell'impulso

Dato che il computo dell'espressione è tedioso, riportiamo in figura a4.3 un diagramma dal quale si possono estrapolare facilmente i dati relativi al livello di tensione $V(\text{su } C2)$ del nostro esercizio.

figura a4.3



Il grafico richiede alcune precisazioni:

Nell'asse delle ascisse è riportato il tempo della durata dell'impulso.

Nell'asse delle ordinate è riportata l'ampiezza della $V(\text{su } C2)$ con riferimento al massimo uguale all'unità. La curva è stata calcolata per la costante di tempo $T_o = R5 * C2 = 0.22$ Secondi.

Vediamo come utilizzare questo grafico mediante alcuni passaggi:

- Per determinare il livello di carica di C2 dopo il tempo pari alla costante $T_0 = 0.22$ Sec., si parte dal valore di ascisse pari a 0.22 e si incontra la curva, l'ordinata corrispondente al punto d'incontro quota il valore 0.63, avendo assunto l'impulso di carica pari a $(1 V_p / 3.14)$ l'ampiezza di $V_{(su C2)}$

sarà come già visto

$$V_{(su C2)} = (1 V_p / 3.14) * 0.63 = 0.2 V$$

- Per determinare il livello di carica di C2 dopo un tempo $t = 0.5$ Sec., si parte dal valore di ascisse pari a 0.5 e si incontra la curva, l'ordinata corrispondente al punto d'incontro quota il valore 0.85, avendo assunto l'impulso di carica pari a $(1 V_p / 3.14)$ l'ampiezza di $V_{(su C2)}$

sarà

$$V_{(su C2)} = (1 V_p / 3.14) * 0.85 = 0.27 V$$

- Per determinare il livello di carica di C2 dopo alla fine dell'impulso, dopo un tempo di 1 secondo si parte dal valore di ascisse pari a 1 e si incontra la curva, l'ordinata corrispondente al punto d'incontro quota il valore di circa 0.98, avendo assunto l'impulso di carica pari a $(1 V_p / 3.14)$ l'ampiezza di $V_{(su C2)}$

sarà

$$V_{(su C2)} = (1 V_p / 3.14) * 0.98 = 0.31 V$$

Vediamo ora quale comportamento avrebbe la cellula d'integrazione se l'impulso non fosse della durata di 1 secondo ma avesse un tempo di persistenza di soli 0.1 secondi:

Si parte dal valore di ascisse pari a 0.1 e si incontra la curva, l'ordinata corrispondente al punto d'incontro quota il valore di circa 0.36, avendo assunto l'impulso di carica pari a $(1 V_p / 3.14)$ l'ampiezza di $V_{(su C2)}$ sarà:

$$V_{(su C2)} = (1 V_p / 3.14) * 0.36 = 0.11 V$$

Come si può vedere il valore di carica di C2, alla fine della durata dell'impulso, è di soli 0.11 V contro gli 0.31 V ottenibili per una durata d'impulso commisurata alla costante di tempo; questo mostra la caratteristica di discriminazione della cellula d'integrazione in base alla durata degli impulsi.

A questo punto si potrebbe pensare d'utilizzare cellule a bassa costante di tempo, in ogni caso, certi che l'ampiezza massima dell'impulso sarebbe facilmente raggiungibile sia per impulsi lunghi che per impulsi corti; questo ragionamento, che dal punto di vista della possibilità di carica di C2 è valido, contrasta però con l'esigenza di ottenere impulsi d'uscita il più possibile esenti da ondulazioni dovute alle componenti armoniche.

Sarebbe infatti deleterio rivelare un impulso della durata di 0.5 Sec., ad esempio, con una costante di tempo di 0.01 secondi, in questo caso si avrebbe un peggioramento dell'ondulazione nel rapporto indicativo di circa $0.5 / 0.01 = 50$.

Terza funzione

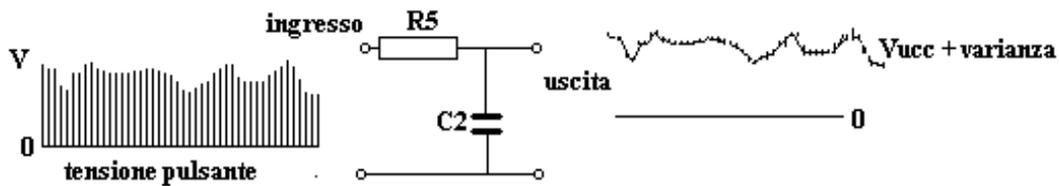
Il circuito d'integrazione è utilizzato per ridurre la varianza dovuta alla rivelazione di segnali di rumore a carattere persistente.

In questo caso si ha di fronte una condizione di funzionamento della cellula simile a quella illustrata in figura a4.2 ma con profili di tensioni aventi caratteristiche diverse a seguito dell'andamento delle tensioni di rumore, il figura a4.4 è mostrata la nuova situazione.

La figura a4.4 mostra, a sinistra, la forma d'onda della tensione pulsante dovuta alla tensione di rumore con i semiperiodi tracciati nel disegno come segmenti verticali, presenti nel punto

d'uscita del rivelatore, al centro la cellula d'integrazione formata da R5 e C2, a destra la tensione d'uscita dalla cellula, tensione formata da un livello continuo Vcc sul quale è sovrapposta una sensibile ondulazione detta "varianza".

figura a4.4



L'ampiezza della componente continua d'uscita è data da:

$$V_{uc.c} = V_{eff B} / \sqrt{2 * \pi}$$

dove $V_{eff B}$ è la tensione di rumore, presente prima della rivelazione, misurata nella banda B nella quale è collocata.

L'entità della varianza è data dal rapporto tra la banda B di frequenze nella quale è definito il segnale Vic.a. d'ingresso al rivelatore e la banda passante del circuito d'integrazione R5,C2 visto come un filtro passa basso.

Ecco che per il circuito R5,C2 si nomina una nuova caratteristica, la banda passante; questa è definita dalla "frequenza di taglio", f_t , frequenza oltre la quale il circuito integratore inizia a tagliare tutte le frequenze superiori a f_t stessa.

La frequenza di taglio della cellula d'integrazione è esprimibile con la semplice formula :

$$f_t = 1 / (2 * \pi * R5 * C2)$$

che con i nostri dati vale

$$f_t = 1 / (2 * \pi * R5 * C2) = 1 / (2 * 3.14 * 220000 \text{ ohm} * 1 * 10^{-6} \text{ F}) = 0.73 \text{ Hz}$$

la cellula consente quindi il passaggio di tutte le frequenze comprese tra 0 e 0.73 Hz, è definibile pertanto come un filtro passa basso avente una banda $B_{rc} = 0.73 \text{ Hz}$

Dato che la varianza sovrapposta alla $V_{uc.c}$ d'uscita è data dall'espressione:

$$V_{uc.a.} = V_{i.c.a.} / \{ 4 * \sqrt{(2 * \pi)} * \sqrt{[(2 * \pi) (B / B_{rc})]} \}$$

il coefficiente K_r di riduzione della varianza, in dipendenza del rapporto tra B e B_{rc} , è dato da:

$$K_r = \sqrt{(B / B_{rc})}$$

Se nel nostro caso la banda della tensione di rumore fosse $B = 1000 \text{ Hz}$

essendo $B_{rc} = 0.73 \text{ Hz}$

il coefficiente di riduzione sarebbe $K_r = \sqrt{(1000 / 0.73)} = 37$

Se fosse necessario aumentare il coefficiente di riduzione per ottenere un livello di varianza inferiore si potrebbe aumentare la costante di tempo $R5, C2$, da 0.22 Sec, ad esempio, a 2.2 secondi mediante la decuplicazione del valore di $C2$ che passerebbe da 1 μF a 10 μF ; in questo caso la frequenza di taglio della cellula passerebbe da 0.73 Hz a:

$$f_t = 1 / (2 * \pi * R5 * C2) = 1 / (2 * 3.14 * 220000 \text{ ohm} * 10 * 10^{-6} \text{ F}) = 0.073 \text{ Hz}$$

e quindi la banda Brc da 0.73 Hz a 0.073 Hz

con l'incremento di K_r da 37 a

$$K_r = \sqrt{ (1000 / 0.073) } = 117$$